

# FORMAZIONE DIGHE A VOLTA

## 10 maggio 2023

*Relazione  
introduttiva*

*Federico Bavestrello*

*Consulente*

*Verso fine XIX secolo - inizio utilizzazione sistematica dell'effetto statico della arcuazione planimetrica delle Opere di ritenuta*

*Nel 1910 - negli Stati Uniti già si raggiungono altezze record di 100 m con Dighe ad Arco (Diga di Shoshone)*

*Il favore verso questo tipo di strutture si accresce ovunque sotto la spinta del «Vantaggio economico», nonostante che molte difficoltà di impostazione costringano l'Analisi statica a grossolane semplificazioni*

*Negli anni recenti opere di questo tipo si sono moltiplicate grazie ai miglioramenti qualitativi dei calcestruzzi, del progresso dei modelli matematici e sperimentali dell'analisi statica e per una accresciuta fiducia nelle capacità di resistenza offerte da esse da un lato, dall'assenza di pericolo allo scorrimento (il più temuto per le dighe a gravità)*

*I fondamenti dell'analisi statica nascono con  $\frac{1}{4}$  di secolo di ritardo rispetto a quelli delle dighe a gravità*

- 1879 (Pelletrau) - Teoria detta dei « Tubi o dell'Anello chiuso » che costituì per molto tempo l'unica base per il dimensionamento di queste strutture, con la risoluzione anche dell'Arco di minimo volume*
- 1904 (Shirrefs-USA) - 1908-1913 (Morsh e Ritter-Europa) - Contributo importantissimo sul tema dell'Arco indipendente con la risoluzione del problema dell'iperstaticità dell'Arco a spessore costante incastrato*
- 1938 (Tölke) - Analisi bidimensionale semplificata che parte dalla concezione delle Dighe a volta quali lastre curve a semplice o doppia curvatura, assumendo quindi le ipotesi di base della relativa teoria con la classica ripartizione della pressione attiva nelle 2 quote di resistenza trasversale (mensole) e longitudinale (archi)*

*Per compensare il ritardo ed approssimazione delle Analisi statiche disponibili sino alla prima metà del secolo scorso, è stato fatto largo uso di verifiche finali approfondite mediante sperimentazione su Modelli Fisici, in scala ridotta, della struttura e della fondazione.*

*Infine, sempre a seguito delle possibilità offerte dai mezzi di calcolo automatico a partire dagli anni 60 e 70, si sono sviluppati i fondamenti dell'Analisi statica 2D e 3D ad Elementi Finiti*

*Con tali mezzi è possibile affrontare i temi della Deformabilità della Fondazione (elastica od anche elasto-plastica) e del Regime termoelastico che ha una notevole influenza specie sullo stato deformativo della struttura a volta*

*Le Norme dei vari Paesi hanno subito, anch'esse una evoluzione basata, da una parte, sul perfezionamento dei Metodi di analisi strutturale e, dall'altra, sull'avanzamento tecnologico dei materiali da costruzione e delle tecniche costruttive*

*Il primo concetto seguito per una Diga a volta era che il carico idrostatico sarebbe stato trasferito alle imposte laterali da archi orizzontali e che la diga sarebbe stata considerata sicura, fintanto che fosse stato adottato un valore conservativo per la tensione di compressione ammissibile nella formula cosiddetta « del Cilindro sottile o dei Tubi »*

*Molte Autorità ammettevano:*

- *compressioni  $\sigma_{\max+}$  dell'ordine dal 20% (1/5) al 25% (1/4) di  $Rm_{90}$  per carichi normali e del 30% ( $\approx 1/3$ ) di  $Rm_{90}$  per carichi eccezionali. In alcune dighe  $\sigma_{\max+} = 10 \text{ MPa}$  ma questo dato rappresenta piuttosto l'eccezione che la regola*
- *trazioni verticali sul paramento di monte  $\sigma_{v,\max-} < 700 \text{ kPa}$  senza analisi secondaria della mensola (fessurata) qualora la compressione sul paramento di valle  $\sigma_{v,\max+} < 3500 \text{ kPa}$ . Per contrastare con il peso proprio la trazione verticale nelle mensole, le dighe venivano sagomate in modo da dare strapiombi sia a monte che a valle;*
- *trazioni orizzontali sul paramento di monte  $\sigma_{o,\max-} \leq 1/3$  della corrispondente compressione sul paramento di valle, purché la somma dei valori di trazione e compressione non superasse i 4200 kPa*

*Le Sottopressioni generalmente non venivano considerate; tutt'al più, venivano prese in considerazione nelle Dighe ad Arco gravità con « effetto mensola » prevalente « sull'effetto arco ». Questo fatto veniva giustificato dalla considerazione che potenziali « fessure orizzontali » non causano, come nel caso delle Dighe a Gravità, condizioni di instabilità in quanto la struttura era verificata per sezioni orizzontali supposte « indipendenti »*

*Le pressioni idrostatiche generate in potenziali « Fessure verticali », non erano considerate condizioni di pericolo in quanto queste hanno come effetto la riduzione dell'arco alla porzione che lavora utilmente alla compressione*

*Effetti termici (Temperatura e Ritiro) - Vengono presi in notevole considerazione, rispetto alle Dighe a gravità*

*NB: le dilatazioni termiche provocano Trazioni impossibili da eliminare ed è appunto per tale motivo che le varie Autorità accettavano incrementi delle Tensioni ammissibili anche del 20% qualora si fosse tenuto conto di tali azioni*

*In Italia le Vecchie norme emanate nel periodo 1921÷1982 presentano un approccio alle Tensioni ammissibili che è poi quello utilizzato per il dimensionamento della maggior parte di dighe a volta esistenti sul territorio italiano. Recentemente è stata emanata la Normativa Tecnica Dighe 2014, integrata dalle NTC 2018 che considera le Verifiche strutturali e di stabilità effettuate agli « stati limite »*

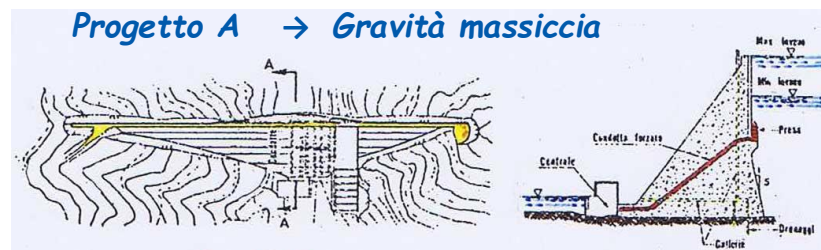
Incurvando l'asse longitudinale di una Diga a gravità ordinaria si induce una variazione nella distribuzione degli sforzi interni. Una parte dei carichi viene infatti sopportata dagli elementi orizzontali «**Archi**» con il risultato di diminuire gli sforzi sugli elementi verticali «**Mensole**»

Per valutare la **Convenienza** che si ha nel costruire una Diga a volta rispetto ad una a gravità ordinaria, si possono mettere a confronto diversi progetti studiati per poter essere realizzati in una medesima stretta (vedi **Progetti A, B e C**)

Si può osservare che:

- il **Progetto A**, a **Gravità ordinaria** comporta un Volume di cls di  $3,2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$
- il **Progetto B**, ad **Arco gravità**: → migliore distribuzione degli sforzi tra gli elementi di arco e di mensola → paramento di valle più ripido, con un volume di cls a  $2,8 \cdot 10^6 \text{ m}^3$  → riduzione dei costi di circa il 12,5%
- il **Progetto C**, ad **Arco**, ottenuto riducendo ancor più i raggi di curvatura ed aumentando l'apertura degli angoli al centro dei vari archi → riduzione volume cls a  $2,1 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ , → riduzione del cls, rispetto al **Progetto A**, di circa il 34%.

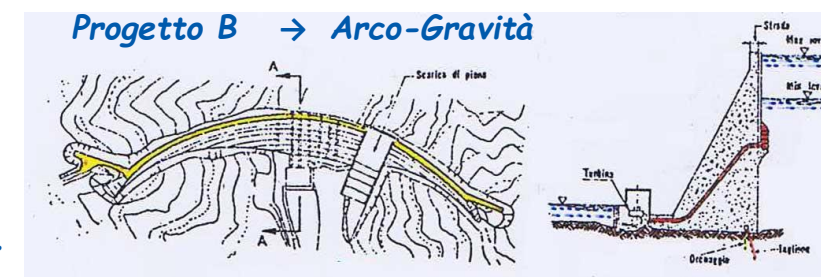
NB: nel Progetto C la forma della valle male si presta per una diga ad arco ed ha richiesto delle spalle a gravità. Inoltre il risparmio finale risulta molto limitato per il maggior costo unitario (vedi casseforme più complicate, ecc.)



$$H = 185 \text{ m}$$

$$L = 730 \text{ m}$$

$$V_{cls} = 3,2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$



$$V_{cls} = 2,8 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$



$$V_{cls} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

NB: le situazioni più favorevoli sono quelle presentate da Valli con forma ad « U » o a « V molto stretta » ove si può giungere a costruire Dighe a volta che hanno un volume pari al 30%-40% di una equivalente Diga a Gravità ordinaria



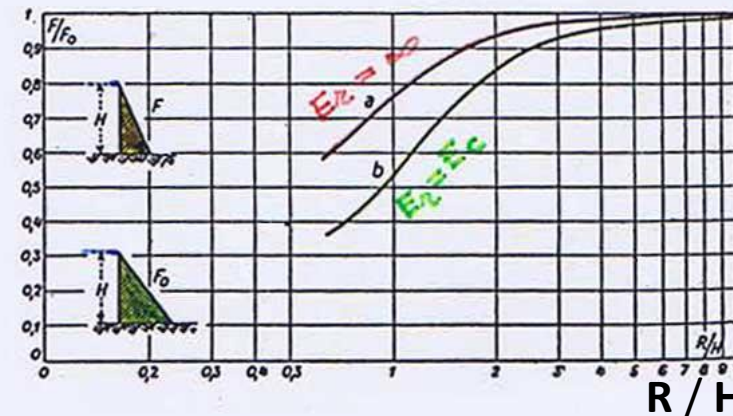
Nel diagramma della figura a lato sono poste a confronto le Aree delle sezioni trasversali relative a:

- «  $F$  » - soluzione ad Arco-gravità
- «  $F_0$  » - soluzione a Gravità ordinaria equivalente

in funzione del Rapporto  $R / H$  ( $R$  = raggio di curvatura del baricentro;  $H$  = altezza diga), rispettivamente per il caso di « Fondazione rigida ( $E_r = \infty$ ; caso a) » e di « Fondazione elastica ( $E_r = E_c$ ; caso b) », ovvero con un modulo elastico della fondazione ipotizzato pari a quello del cls

NB: l'elasticità della fondazione, che interviene ridistribuendo le sollecitazioni tra roccia di fondazione e struttura, ed in particolare diminuendo quelle relative a quest'ultima, comporta una ulteriore economia (vedi confronto tra i casi « a » e « b »)

$F / F_0$



NB: per  $R \gg H$  ( $R \approx 10 H$ ) la diga si comporta a Gravità massiccia perdendo così il vantaggio offerto dalla curvatura

Comparazione tra una Diga ad Arco-Gravità ed una Diga a Gravità massiccia

Sempre ai fini di un confronto si ricorda che mentre per gli Sbarramenti a Gravità (siano essi a Gravità ordinaria o Alleggerita, a Contrafforti o a Volte multiple, in scogliera e Misti) non si presentano problemi tecnici speciali in relazione all'Ampiezza della valle da sbarrare, nel caso di Dighe a volta unica, per le quali le componenti orizzontali delle Spinte assumono valori elevati  $\rightarrow$  si deve considerare la Resistenza della roccia di imposta sotto l'azione prolungata delle sollecitazioni che possono superare, di gran lunga, quelle proprie degli sbarramenti a Gravità e che agiscono spesso secondo direzioni sfavorevoli in rapporto alle condizioni della roccia.

In questo caso l'Ampiezza più o meno grande della valle e la Forma, condizionano profondamente la concezione ed il comportamento statico dell'opera in se stessa

Le difficoltà tecniche, analogamente a quanto avviene per i ponti, crescono assai rapidamente con la Corda della Volta - basta pensare ai Fenomeni di instabilità elastica di un arco sottile a grande sviluppo per rendersene conto

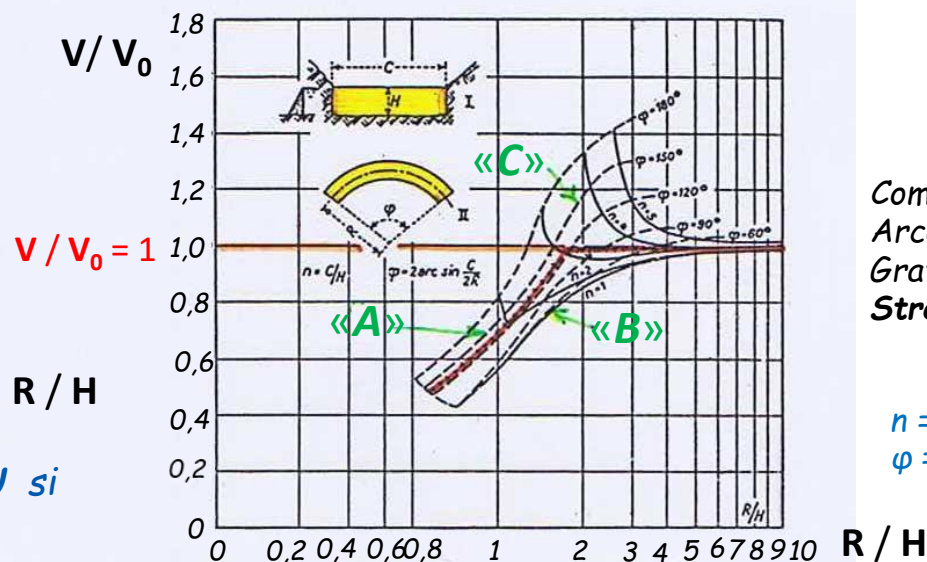
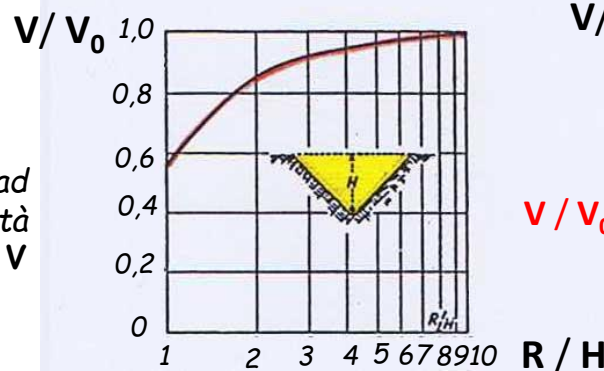
Si deve considerare che a parità di ogni altra condizione gli spostamenti relativi alle Mensole sono tanto più importanti quanto maggiore è il Rapporto  $C/H$  (rapporto Corda-Altezza).

Ora, insieme con gli spostamenti relativi cresce il pericolo di forti Trazioni alla base delle mensole centrali

*Effetti economici del problema* → esistono « Campi » ben definiti dei **parametri geometrici della stretta** per i quali la soluzione ad « Arco unico » può avere un certo interesse, traducendosi in una **economia sui volumi di cls** rispetto alla soluzione con Diga a Gravità ordinaria ad asse longitudinale rettilineo

Tutto ciò, in prima approssimazione, può essere tradotto in grafico in funzione di «  $R / H$  » e «  $C / H$  » rappresentando come funzione di queste due variabili il **Rapporto  $V/V_0$**  ( $V$  volume della Volta e  $V_0$  volume della corrispondente Diga a Gravità ordinaria « equivalente secondo Tölke », ovvero di pari sollecitazione max)

Comparazione tra una Diga ad Arco ed una Diga a Gravità massiccia per una **Stretta a V**



Comparazione tra una Diga ad Arco-Gravità ed una Diga a Gravità massiccia per una **Stretta ad U**

$$n = C / H$$

$$\varphi = 2 \arcsin (C/2R)$$

Con riferimento ai diagrammi in figura per una **valle ad U** si possono delimitare i seguenti campi:

« **A** » - Campo delle Dighe ad Arco-Gravità economiche ma con **prevalenza dell'effetto Arco** ( $\varphi$  grande  $> 120^\circ$ ), delimitato inferiormente dalla Linea rossa e superiormente dalla linea  $V/V_0 = 1$

« **B** » - Campo delle Dighe ad Arco-Gravità economiche ma con **prevalenza dell'effetto Peso** ( $\varphi$  piccolo  $< 120^\circ$ ) delimitato superiormente dalla Linea rossa e dalla linea  $V/V_0 = 1$

« **C** » - Campo delle Dighe ad Arco-Gravità non economiche delimitato inferiormente dalla linea  $V/V_0 = 1$

**Linea rossa** - è la linea di Massima economia o dei minimi Volumi teorici compatibili con i differenti valori di «  $n$  » e si avvicina molto alla Linea  $\varphi = 120^\circ$  (almeno per  $n < 2,5$ ). NB: Max economia per Dighe ad Arco puro ( $\varphi = 120^\circ \div 130^\circ$ )

La questione del **Limite ammissibile** per il rapporto  $n = C/H$  (corda / altezza) è lungi dall'essere stata condotta a conclusione di validità generale - e ciò ben si comprende osservando che sui fenomeni in gioco influiscono considerevolmente:

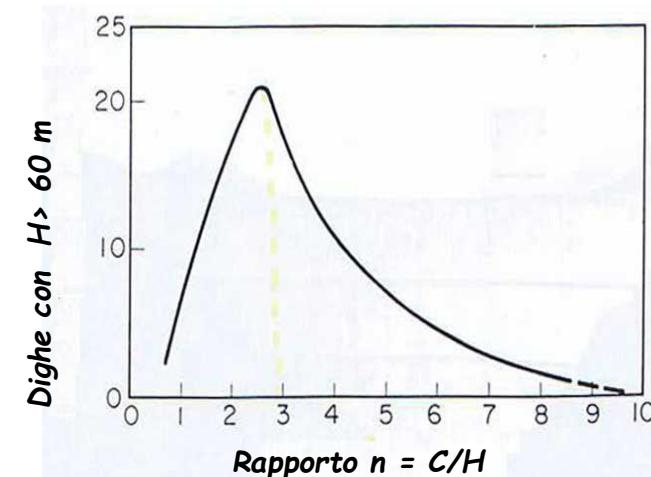
- la **configurazione della vallata** (a V, ad U)
- il **Rapporto** tra le **deformabilità** del **cls** e della **roccia** ( $\lambda = \frac{E_c}{E_r}$ )
- la **forma** assegnata alle **sezioni dello sbarramento**, verticali « **Mensole** » e orizzontali « **Archi** »

In un primo tempo si riteneva opportuno che  $n = C/H$  non dovesse superare  $5 \div 6$

In seguito ci sono stati casi di Dighe a volta con  $n$  spinto ben oltre tale limite ( $7,7 \div 7,8$ )

Sembra tuttavia che allo stato attuale della tecnica, valori di  $n = 8 \div 10$  debbano essere **considerati del tutto eccezionali**

Da una statistica la maggior parte di Dighe a volta costruite con  $H > 60$  m presenta  $n = 2 \div 3$



Per **classificare il tipo di comportamento statico** della diga, si può anche richiamare l'impiego del Rapporto  $H^2/BR$  ( $B$  = Larghezza della valle alla base;  $R$  = raggio dell'arco) che indica un suo funzionamento:

- ad **Arco** se  $H^2 / BR > 8$
- ad **Arco-Gravità** se  $0,5 < H^2 / BR < 8$
- a **Gravità** se  $H^2 / BR < 0,5$

Si ricorda che **ICOLD** definisce come « **Dighe ad Arco** » tutte le Dighe arcuate il cui **spessore alla base** «  $t_b$  » è **minore di 0,6 volte l'altezza diga**  $t_b < 0,6 H$  e più specificatamente:

- **Arco sottile**  $t_b < 0,2H$
- **Arco medio**  $0,2H < t_b < 0,3H$
- **Arco spesso**  $t_b > 0,3H$



## Apertura « $2\theta_0$ » di Max economia (1879 - Pelletrau)

È stato considerato lo sbarramento come se fosse costituito da una **sequenza di Archi sovrapposti**, ricavati dividendo la diga con piani orizzontali a distanza unitaria (per semplicità), di spessore «  $t$  » costante ed indipendenti tra loro

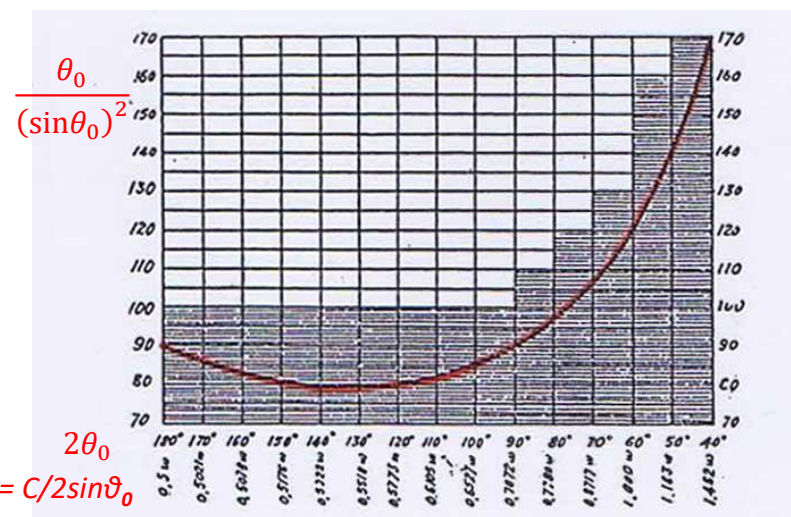
Gli « **Incastri d'imposta** » sono stati sostituiti con dei « **Carrelli** » che permettano spostamenti in direzione radiale (in pratica **struttura ad Anello o Tubo**)

Scrivendo l'**equilibrio alla traslazione orizzontale monte-valle** dell'arco a spessore costante  $t$  caricato con una pressione  $P = \gamma h$  ed ipotizzando di economizzare il materiale, ovvero che:

- la **tensione assiale** sia pari a quella **ammissibile del materiale**  $\sigma_{\max} = \sigma_a$
- l'**area della sezione orizzontale** dell'arco  $A$ , sia quella **minima**

si trova

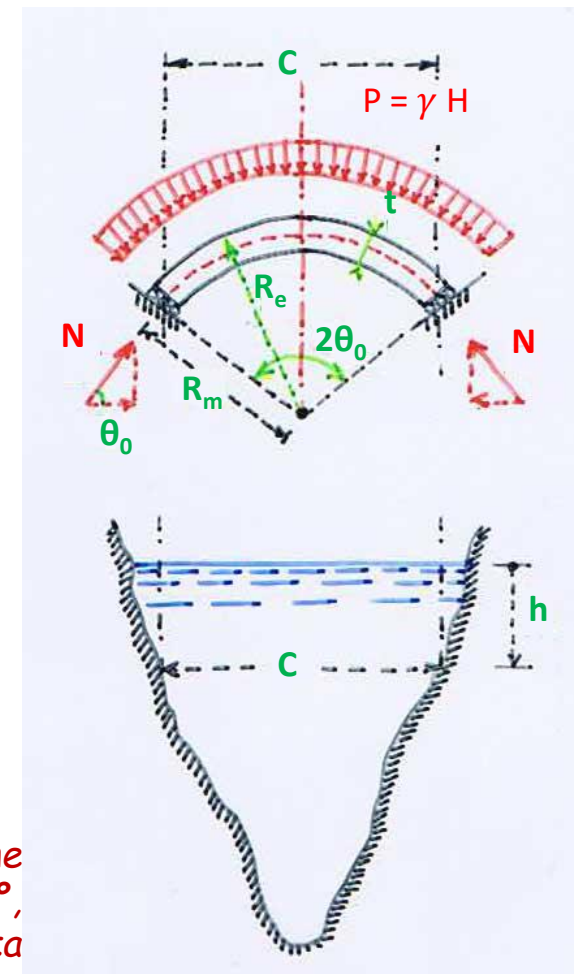
$$\frac{dA}{d\theta_0} = 0 = \frac{C^2 \gamma h (\sin \theta_0)^2 - 2\theta_0 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{2 \sigma_a (\sin \theta_0)^4} \implies \tan \theta_0 = 2\theta_0 \implies \mathbf{2\theta_0 = 133^\circ}$$



Ed è proprio il valore per cui «  $A$  » è **Minima**, infatti

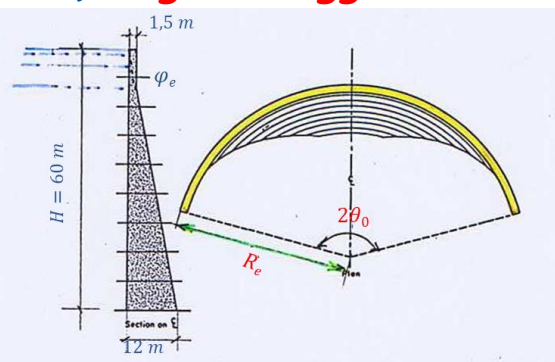
$$\left( \frac{d^2 A}{d\theta_0^2} \right)_{\theta=66,5^\circ} > 0$$

**N.B. nella pratica, ai fini del dimensionamento, si assume l'angolo di apertura più grande possibile tra  $90^\circ$  e  $140^\circ$ , essendo la condizione di economia sensibilmente soddisfatta in vicinanza del minimo**

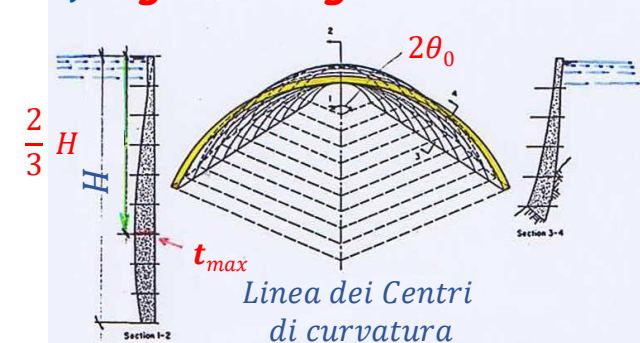




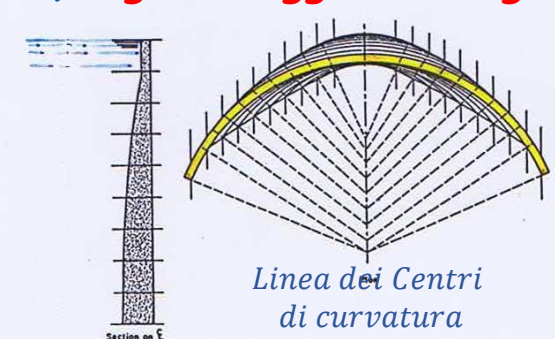
## 1) Diga a Raggio costante



## 2) Diga ad Angolo costante



## 3) Diga a Raggio ed Angolo variabili

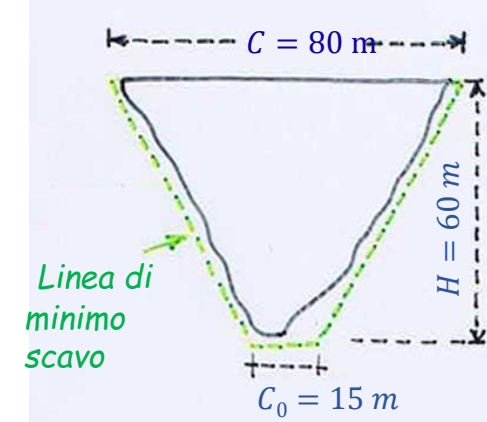


- È quella che si avvicina di più alla forma tipica ad **Arco-Gravità** con **pianta arcuata**, **sezione trasversale trapezia**, **paramento di monte cilindrico** e di **valle conico**

Si assume: a) **apertura angolare in cresta**,  $2\theta_0 \geq 133^\circ$ ; b) **imposta ben immorsata nella roccia sana**; c) una **sollecitazione ammissibile** (ad es.  $\sigma_a = 20 \text{ kg/cm}^2$ , valore conservativo in considerazione dell'approssimazione del calcolo)

Si disegna la forma della Diga tracciando dei paralleli che corrispondono agli Archi fittizi (ad es. con  $2\theta_0 = 150^\circ$ ). La pendenza del paramento di valle, ricordando che  $t = \gamma h R_m / \sigma_a$  e che  $C = 2 R_e \sin \theta_0$  e considerati i valori nell'esempio, si ha:  $\tan \varphi_e = \frac{t}{h} = \frac{\gamma h R_e}{\sigma_a h} = \frac{\gamma C}{2 \sin \theta_0 \sigma_a} = \frac{1 \cdot 80}{2 \cdot 0,9659 \cdot 200} = 0,2$

che risulta molto più ripido di quello delle Dighe a Gravità massiccia (0,7)



- È quella consente di ottenere il **Massimo risparmio di materiale** ( $2\theta_0 \geq 133^\circ$ )

Calcolati per le varie quote i Raggi medi «  $R_m$  » e gli spessori «  $t$  » ( $t = \gamma h R_m / \sigma_a$ ) si disegna la pianta per archi sovrapposti

NB: per effetto del restringimento della stretta, dalla cresta verso la base, i **Raggi di curvatura diminuiscono** e gli **spessori aumentano fino ai 2/3 dell'affondamento**, per poi diminuire

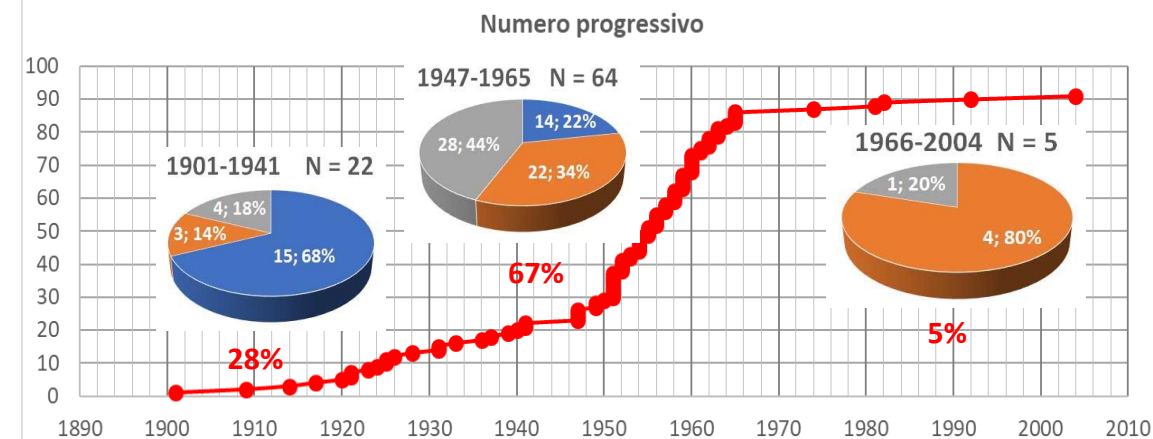
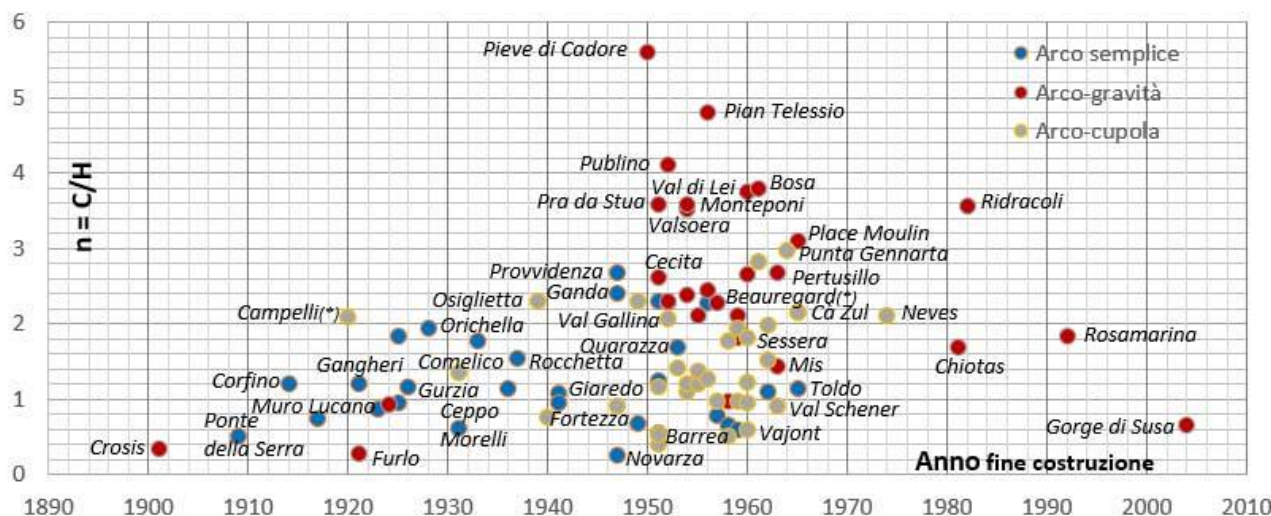
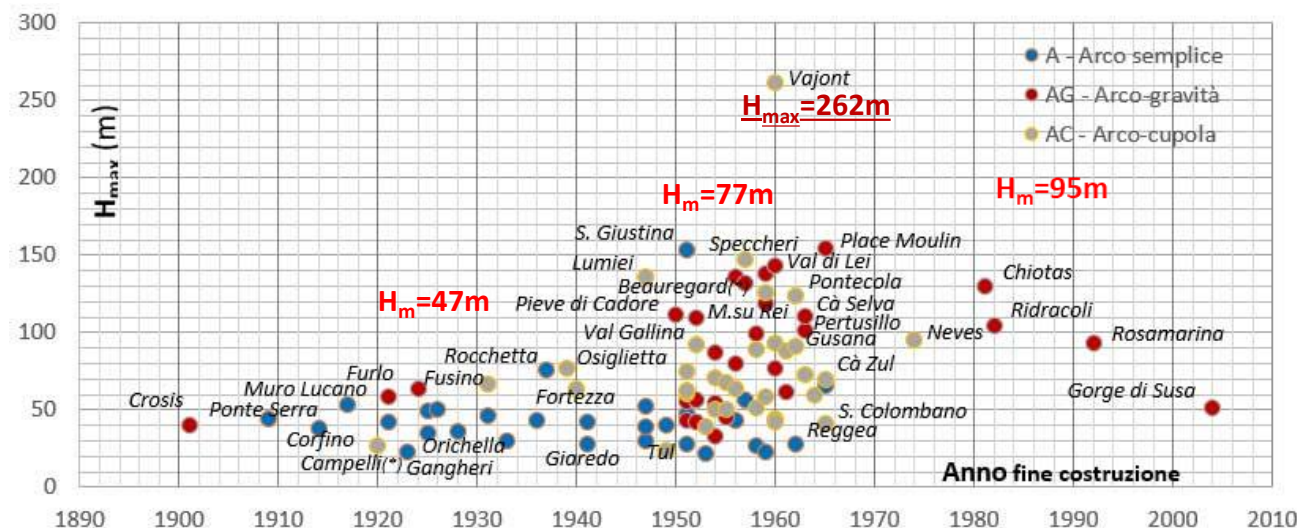
Nella maggior parte dei casi, invece di imporre che il paramento di valle della Sezione in chiave sia verticale, si preferisce disporre i Centri di curvatura in modo da ottenere uno strapiombo verso valle che, aumentando l'effetto Cupola, migliora il comportamento statico della struttura

- È quella dove gli Angoli al centro dal superiore con valore di  $2\theta_0 = 120^\circ \div 150^\circ$  al coronamento, decrescono verso il basso a valori  $2\theta_0 = 80^\circ \div 90^\circ$

La sua forma è più soddisfacente, sia dal punto di vista Statico (ad esempio provvedendo con opportuni strapiombi a creare tensioni dovute al peso proprio, capaci di compensare quelle idrostatiche), sia dal punto di vista costruttivo

Le dighe a Volta costruite in Italia sono state 97  
Attualmente in esercizio 91 così ripartite:

- A - Arco semplice: n. 29, ovvero il 32% del totale
- AC - Arco-cupola: n. 33, ovvero il 36% del totale
- AG - Arco-gravità: n. 29, ovvero il 32% del totale



1900 ÷ 1941:  $n_m \approx 1,2$  (valore piccoli tipici delle dighe ad arco con valli a V strette) e  $H_m = 47m$

1942 ÷ 1946: stop costruzioni, causa eventi bellici 2° guerra mondiale

1947 ÷ 1965:  $n_m \approx 1,9$  (alcune dighe presentano valori di  $n > 3$  «canonico» (vedi: Pieve di Cadore 5,6; Pian Telesio 4,8, Publino 4,1, Val di Lei 3,7, ecc.) -  $H_m = 77 m$

NB: Diga a cupola del Vajont,  $H_{max} = 262 m$ ; è l'8ª diga più alta al mondo, la 6ª ad arco; all'epoca della sua costruzione era la diga più alta al mondo

1974 ÷ 2004:  $n_m \approx 2$ . Un valore di  $n > 3$  si registra solo per Ridracoli con  $n = 3,5$  -  $H_m = 95 m$

NB: con (\*) le dighe che hanno subito varianti in altezza (Campelli 1962 con incremento di 7 m,  $H=27 m$  e Beauregard 2015 con decremento di 52 m,  $H=80 m$ )



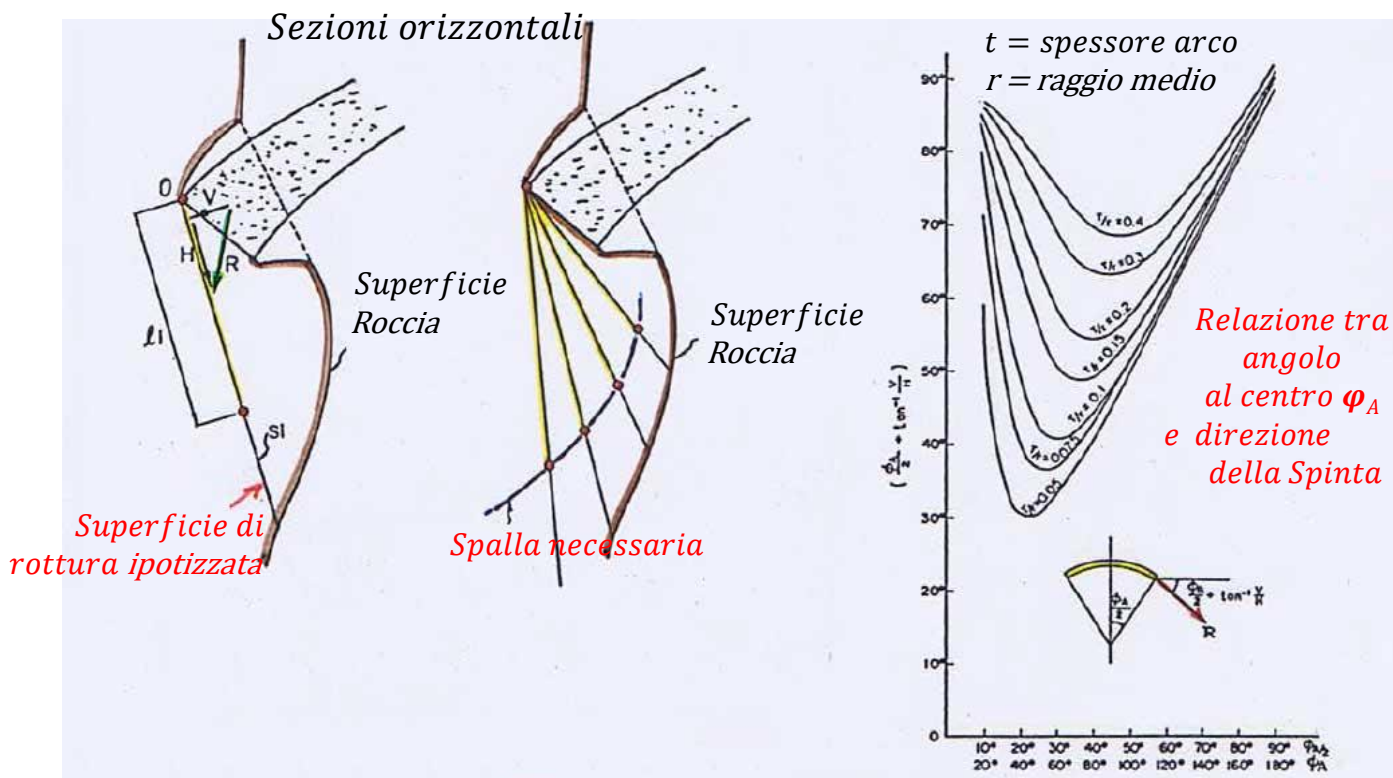
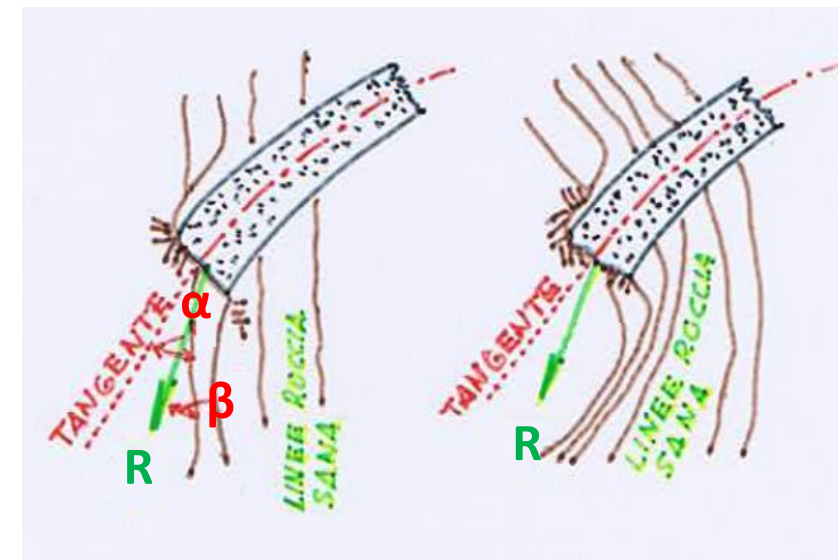
Come detto è necessario studiare il comportamento delle *Spalle* sotto l'azione delle *Spinte idrostatiche* e delle eventuali *sottopressioni in roccia*

Una *Regola empirica* è quella che l'angolo tra la *Risultante «R»* e la *superficie della Roccia sana nelle spalle*, sia superiore ad un valore prefissato

In alcuni casi è stato fissato come *parametro* l'angolo «  $\alpha$  » tra la «*tangente all'arco*» e la «*Linea della roccia sana*».

Il *valore usualmente adottato* è di  $30^\circ$  ma alcune *Authority* impongono che tale valore venga elevato a  $40^\circ$  con l'*avvicinarsi della quota di coronamento*

Più correttamente il valore suddetto dovrebbe essere *legato alla direzione della Spinta «  $\beta$  »* ed alle *caratteristiche di resistenza della massa rocciosa*



Potrebbe citarsi al proposito il Metodo di determinazione della « *Spalla necessaria* » (*Required Shoulder*) che si basa sul calcolo della lunghezza «  $l_i$  » lungo una *ipotetica superficie si scorrimento «  $S_i$  »* uscente dal punto di contatto del paramento di monte con la roccia di fondazione « *O* », tale da assicurare, con un certo fattore di sicurezza, la *Stabilità allo scorrimento*

Le Forze da considerare sono:

- la *risultante «  $R$  »* della Spinta dell'Arco
- le *sottopressioni «  $U$  »* più l'*eventuale azione sismica*

$$l_i = \frac{nH_i - f_i V_i}{\tau_i}$$

dove

- $\tau_i$  = Resistenza a taglio lungo «  $S_i$  »
- $f_i$  = Coeff. d'attrito lungo «  $S_i$  »
- $H_i$  = Forza esterna parallela a «  $S_i$  »
- $V_i$  = Forza esterna normale a «  $S_i$  »
- $n$  = Fattore di sicurezza (in Giappone  $n > 4$ )



Riepilogando: si calcolano le lunghezze necessarie «  $l_i$  » per differenti linee di scorrimento «  $S_i$  » e congiungendo i punti indicati dalla lunghezza «  $l_i$  » a partire dal punto « 0 » si ottiene la linea curva denominata « **Spalla necessaria** »

**NB:** se tale linea interseca la Superficie della roccia sana → la Stabilità così specificata non sarà assicurata. Al contrario, il più ampio spazio tra la Spalla necessaria e la Superficie della roccia sana renderà la stabilità più grande di quella specificata ma ne risulterà in un antieconomico incremento della profondità di scavo delle imposte

**NB:** Metodo che va bene ai fini di un predimensionamento della profondità degli scavi di imposta

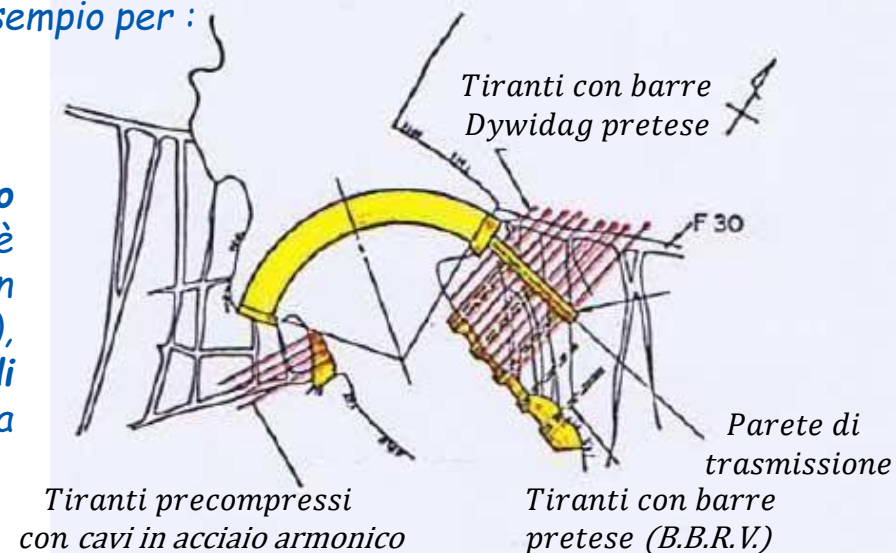
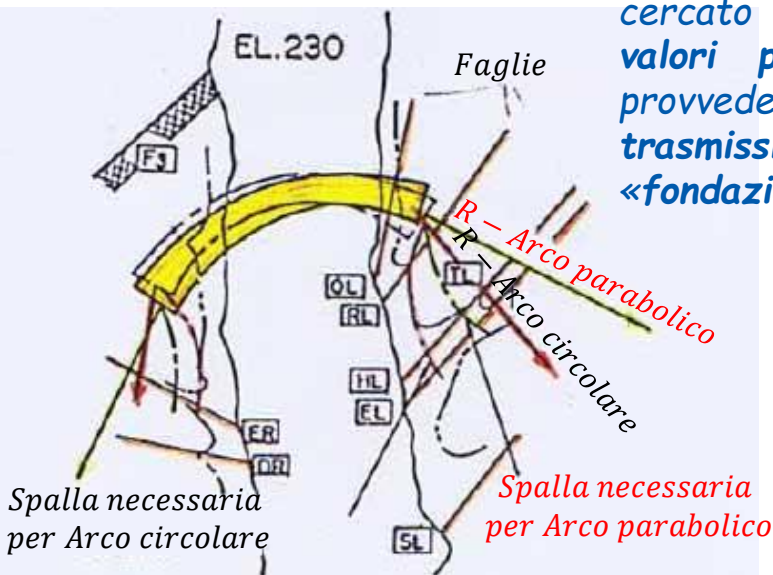
Sono stati illustrati i diagrammi che legano la direzione della risultante delle spinte «  $R$  » all'apertura angolare «  $\varphi_A$  » dell'arco ed al rapporto «  $t/r$  » tra lo spessore ed il raggio.



Da tali diagrammi, di una certa utilità sempre ai fini del dimensionamento della profondità dello scavo d'imposta, si può osservare che l'angolo «  $\tan^{-1}(V/H)$  » risulta minimo ad esempio per :

- $\varphi_A = 60^\circ$  e  $t/r = 0,1$ , oppure
- $\varphi_A = 45^\circ$  e  $t/r = 0,05$

Si conoscono esempi di Dighe dove **non essendo verificata la «condizione di Stabilità»** suddetta si è cercato di ruotare la direzione della risultante con valori piccoli dell'angolo al centro ( $\varphi_A = 90^\circ$ ), provvedendo alla realizzazione di una parete di trasmissione della Spinta più in profondità e di una «fondazione intirantata»



Altra più recente soluzione, resa possibile dal rapido sviluppo del calcolo numerico, è stata quella di adottare archi diversi da quello circolare, ad esempio **Archi parabolici**

Con tale tipo di arco la risultante cade più internamente al massiccio roccioso di imposta, rispetto a quella della corrispondente soluzione con Arco circolare

Particolare attenzione va posta nell'eventualità che la massa rocciosa di fondazione presenti delle discontinuità (Faglie, Piani di stratificazione, Sistemi di fessurazioni, ecc.) per far sì che la risultante «  $R$  » sia il più possibile normale ai piani definiti dalle suddette discontinuità o comunque la stabilità venga assicurata per ipotizzati scorrimenti su di essi.

In tale caso verranno considerate le condizioni di Stabilità di cunei di roccia lungo potenziali rotture della Spalla con direzione valle, sotto l'azione del peso proprio «  $W$  », della Spinta della Diga «  $R$  » e delle Sotto pressioni «  $U$  » agenti sui piani di discontinuità

Le forze che si opporranno allo scivolamento sono la Resistenza per attrito e quella per coesione (quest'ultima di solito trascurata a favore di sicurezza o ridotta con idoneo coefficiente)

Disposizione tipica degli schermi di iniezione e di drenaggio nella roccia delle Spalle proposta da Londe

Molta influenza sulla Stabilità hanno le Spinte dovute alle Sottopressioni; per tale motivo, sempre nel caso di fondazioni che includano le suddette discontinuità, dovrà essere molto accurato lo studio, sia dello Schermo di Impermeabilizzazione, sia quello di Drenaggio

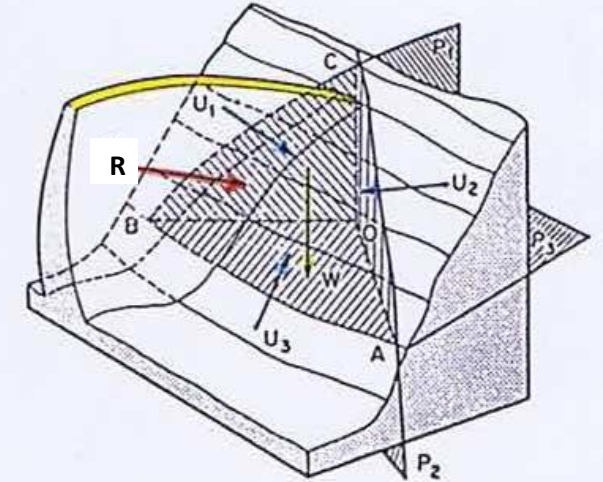
Infatti bisogna tenere conto che:

- le frequenti variazioni di carico dovute al rapido riempimento e svuotamento del serbatoio, possono condurre a continui incrementi di Permeabilità
- la percolazione dell'acqua di filtrazione può influenzare la Resistenza della roccia delle Spalle
  - la saturazione frequentemente diminuisce la resistenza della roccia, probabilmente dovuta all'infiltrazione di micro-cracks
  - le tensioni naturali nella roccia verranno modificate dalla pressione dell'acqua e la resistenza a taglio potrebbe diminuire

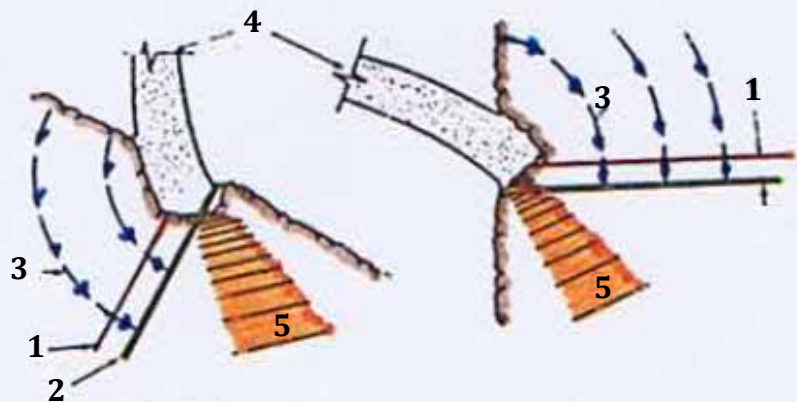
Per diminuire l'effetto instabilizzante delle sottopressioni, là dove è maggiormente necessaria la Capacità portante della roccia, Londe ha proposto la sistemazione in figura a Sin

Per maggiori informazioni su tale aspetto si rimanda alla presentazione Prof. Graziani

## Analisi di Stabilità 3D della Spalla



OABC Tetraedro limitato dai piani  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$   
 $W$  Peso proprio  
 $R$  Spinta della Diga  
 $U_1, U_2, U_3$  Sotto pressioni agenti su  $P_1, P_2, P_3$



Sezione verticale

Sezione orizzontale

- 1 Schermo di impermeabilizzazione
- 2 Rete di drenaggio
- 3 Forze indotte dai flussi di filtrazione

- 4 Diga a volta
- 5 Zona resa impermeabile dalla spinta della Diga



*Metodo classico di calcolo, alla base del progetto di molte tra le opere oggi esistenti, particolarmente valido per la Verifica di Sbarramenti snelli per i quali non è molto forte l'irrigidimento nel senso delle altezze*

A titolo di curiosità si riporta a Dx lo schema di una diga costruita nel 1921 ( $H = 42$  m) in cui per accostarsi maggiormente all'ipotesi di « Archi indipendenti », il progettista aveva disposto degli opportuni dispositivi (rulli) tra gli archi stessi, affidando la tenuta a « mastici » e « lamierini » prossimi al paramento di monte

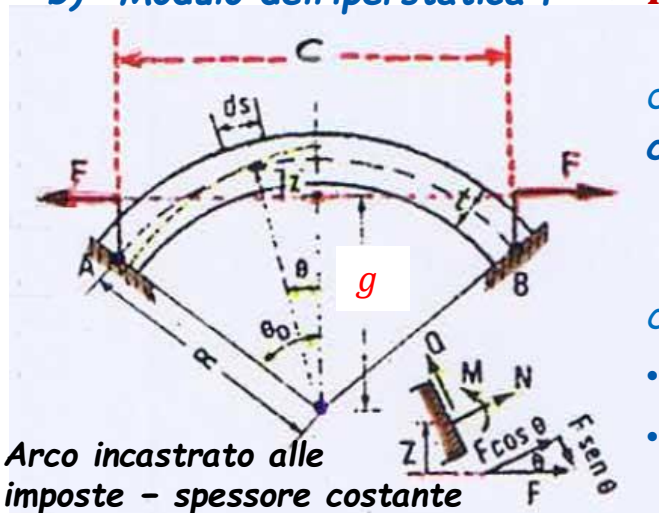
Benché tale metodo sia da considerarsi del tutto superato, la sua applicazione consente di trarre utili informazioni

**Analisi statica archi  $t = \text{cost}$ , incastrati alle imposte (1904÷1913 Shirrefs - Morsh - Ritter)**  
- Carico idrostatico

Il problema dell'iperstaticità dell'arco incastrato alle imposte è stato risolto ipotizzando che dopo aver subito uno spostamento dei vincoli verso il centro a causa della pressione idrostatica, l'arco venga traslato lungo le radiali di imposta sino a ricostruire la situazione conseguente il vincolo, grazie ad uno sforzo baricentrico  $F$  tale da ricondurre sulla bisettrice dell'arco la sezione stessa, e ad una coppia tale da annullare la rotazione della sezione conseguente all'applicazione del suddetto sforzo. I risultati possono così riassumersi:

a) Linea d'azione di  $F$  che passa per il baricentro dei pesi elastici dell'Ellisse di elasticità  $\rightarrow g = R \frac{\sin \theta_0}{\theta_0}$

b) Modulo dell'iperstatica  $F \rightarrow F = \frac{2pR}{C_2 + \frac{12R^2}{t^2}C_1}$  essendo  $C_1 = \frac{\theta_0}{\sin \theta_0} + \cos \theta_0 - 2 \frac{\sin \theta_0}{\theta_0}$  e  $C_2 = \frac{\theta_0}{\sin \theta_0} \left(1 + \chi \frac{E}{G}\right) + \cos \theta_0 \left(1 - \chi \frac{E}{G}\right)$

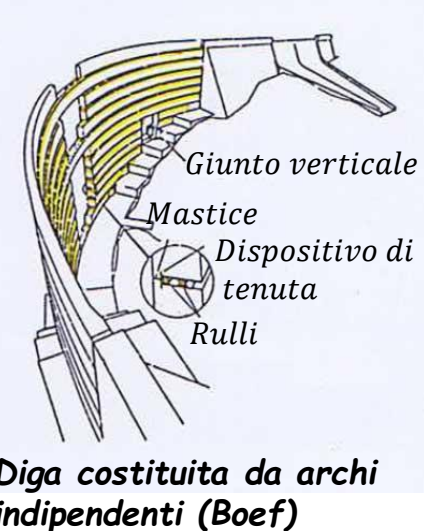


di conseguenza, risulta nota «  $N$  » ( $N = pR - F \cos \theta$  - azione totale assiale) ed assumendo positive le compressioni si ha, nell'ipotesi di arco snello

$$\left. \begin{matrix} \sigma_e \\ \sigma_i \end{matrix} \right\} = \frac{N}{t} \pm 6 \frac{M}{t^2} = \frac{pR}{t} + \frac{F}{t} \left( -\cos \vartheta \pm 6 \frac{z}{t} \right) \quad \text{essendo} \quad z = R \left( \cos \theta - \frac{\sin \theta_0}{\theta_0} \right)$$

che evidenzia come:

- in « chiave » e alle « imposte » sia prevalente l'effetto del Momento flettente essendo «  $z$  » grande
- nei punti intermedi, ove la curva delle pressioni taglia la linea d'asse, tenda a prevalere l'Azione assiale





*Il Momento flettente se sufficientemente grande provocherà Trazioni in chiave all'intradosso e, viceversa, alle imposte all'estradosso. Si osserva, inoltre, che la sezione critica dal punto di vista delle trazioni è quella di imposta ove « z » ha modulo massimo*

$$\sigma_{e \text{ imp.}} = \frac{pR}{t} \left\{ 1 + \frac{2}{C_2 + \frac{12R^2}{t^2} C_1} \left[ -\cos \theta_0 + 6 \frac{R}{t} \left( \frac{\sin \theta_0}{\theta_0} - \cos \theta_0 \right) \right] \right\}$$

*Se si vuole evitare Trazione la forma dell'arco deve essere tale che la forza « N » non risulti esterna all'estremo di valle del 3° medio*

*Questa condizione (Condizione limite alle imposte) si scrive imponendo che «  $\sigma_e$  » debba essere positiva o al limite nulla, che equivale a scrivere:*

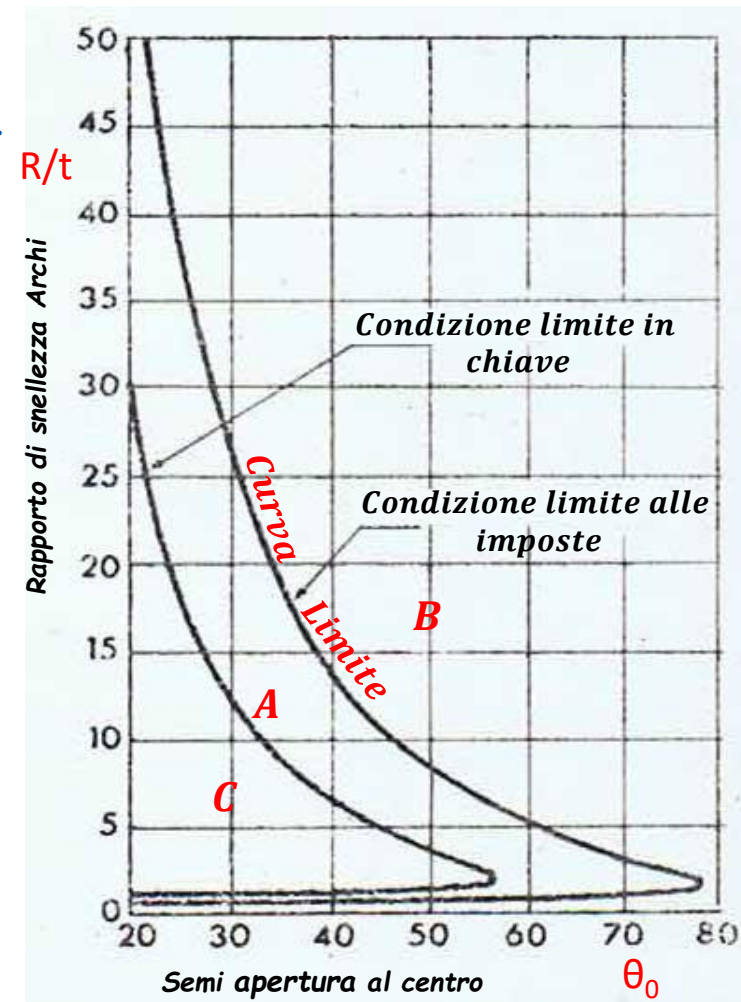
$$f(R/t, \theta_0) = 1 + \frac{2}{C_2 + \frac{12R^2}{t^2} C_1} \left[ \cos \theta_0 \left( \frac{6R}{t} - 1 \right) - \frac{6R}{t} \frac{\sin \theta_0}{\theta_0} \right] \geq 0;$$

*Disegnando questa funzione  $f(R/t, \theta_0)$  si osserva che:*

- *a destra della Curva limite (area **B**), non si hanno Trazioni*
- *il contrario avviene per i punti a sinistra:*
  - *area **A**: trazioni alle imposte*
  - *area **C**: trazioni chiave e alle imposte (Archi spessi o Tozzi)*

*Si può osservare anche :*

- *che per angoli al centro  $2\theta_0 = 156^\circ$  e oltre non si hanno trazioni qualunque sia il valore di snellezza  $R/t$*
- *mentre al decrescere di  $\theta_0$  si devono adottare snellezze sempre più elevate*
- *che al limite, per  $2\theta_0 = 40^\circ$  non si possono evitare trazioni qualunque sia la snellezza dell'arco*

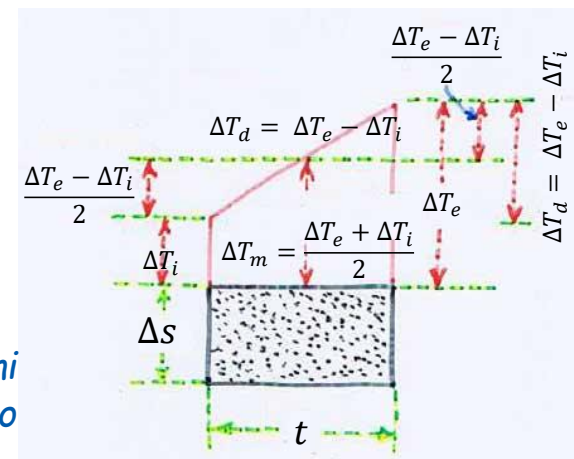


## Analisi statica $t = \text{costante}$ – Carichi termici

Una qualsiasi **variazione non uniforme di temperatura**, che si considera per semplicità lineare, può essere schematizzata come nella figura a destra. Tale Variazione termica provoca delle deformazioni che si possono scomporre in uno « **spostamento senza rotazione** » più una « **rotazione pura** »

Alle **Variazioni termiche reali** «  $\Delta T_m$  » e «  $\Delta T_d$  » si sostituiranno le **Variazioni termiche ideali**

- $\Delta T_0 = \varepsilon \Delta T_m$  Variazione della temperatura uniforme
- $\Delta T = \tau \Delta T_d$  Variazione della temperatura differenziata; essendo «  $\varepsilon$  » e «  $\tau$  » degli opportuni coefficienti di riduzione (Ippolito - diagramma termico lineare di eguale Area e Momento statico di quello reale con oscillazioni termiche di tipo sinusoidale)



1) **Variazione uniforme** «  $\Delta T_0$  » : che da luogo ad uno **spostamento senza rotazione**  $\varepsilon_T = \alpha \Delta T_0$

Poiché gli incastri alle imposte impediscono qualsiasi dilatazione, l'arco sarà soggetto a delle reazioni di vincolo che si possono calcolare seguendo il procedimento già illustrato per la Pressione idrostatica «  $P$  ». Basta osservare che la **dilatazione** «  $\varepsilon_T$  » potrebbe essere **causata** da una **pressione uniforme** «  $p_T$  »  $p_T = -\alpha E \Delta T_0 \frac{t}{R}$  (N.B.  $\varepsilon_T = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{Et} = \frac{P_T R}{Et} = -\alpha \Delta T_0$ ) e quindi sostituendo nell'espressione di «  $F$  »

precedentemente calcolata, il valore  $P = P_T$  si ottiene:  $F_T = -\frac{2\alpha E \Delta T_0 t^3}{t^2 C_2 + 12R^2 C_1}$  (diretta verso l'interno per  $\Delta T_0$  positivo; tende cioè a provocare accorciamenti). Di conseguenza, alle imposte avremo:  $\left. \begin{matrix} \sigma_e \\ \sigma_i \end{matrix} \right\} = -\frac{2\alpha E \Delta T_0 t^2}{t^2 C_2 + 12R^2 C_1} \left( -\cos \vartheta \pm 6 \frac{z}{t} \right)$

2) **Variazione differenziata** «  $\Delta T$  » : che provoca una **rotazione delle sezioni attorno al loro asse baricentrico**  $\varphi_T = \alpha \frac{\Delta T_d}{t}$

Se questa viene impedita alle sezioni di incastro, da esse si trasmette all'arco un Momento flettente tale che :  $\varphi_T - \frac{M}{EI} = 0$

Tenendo presente che  $M = EI \alpha \frac{\Delta T}{t}$  ;  $\sigma = \frac{M z}{I}$  si deducono allora le **sollecitazioni, costanti su tutto l'arco**, che valgono:

$$\left. \begin{matrix} \sigma_e \\ \sigma_i \end{matrix} \right\} = \pm \frac{M t}{2I} = \pm \frac{1}{2} \alpha E \Delta T \quad (\text{lembo di monte compresso se } T_e > T_i)$$

## Analisi statica archi $t$ variabile

Dal punto di vista pratico è molto spesso necessario modificare l'andamento dell'arco avvicinandoci alle imposte onde evitare che si formino delle sollecitazioni eccessive, specialmente se di trazione a monte

Si costruiscono archi elementari a sezione variabile dando all'intradosso un raggio di curvatura inferiore a quello dell'estradosso, oppure si usa talvolta l'accorgimento di spostare verso valle la sezione d'imposta aumentando localmente la curvatura dell'arco, il che consente di centrare meglio sulla sezione la Reazione d'imposta, riducendone l'eccentricità

Per la risoluzione dell'Arco a spessore variabile, risultando, sia la sezione «  $A=t$  », sia il momento d'inerzia «  $I=t^3/12$  » variabili da punto a punto dell'asse, con la conseguenza di rendere difficoltosa la risoluzione in forma continua, degli integrali presenti nelle espressioni dei lavori «  $L_i$  » e «  $L_e$  » si adottano metodi di calcolo numerici o grafici che partono da una discretizzazione dell'arco in conci elementari a spessore costante

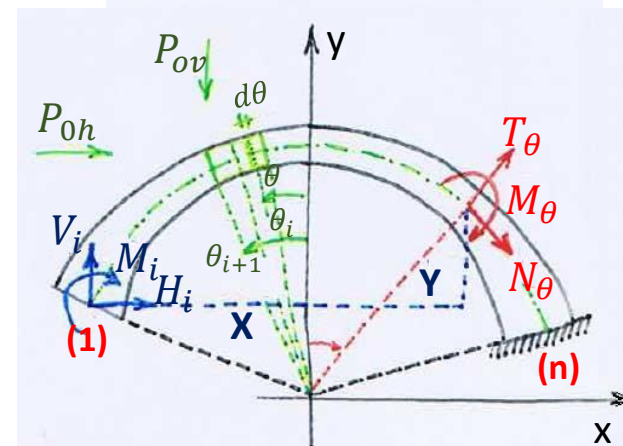
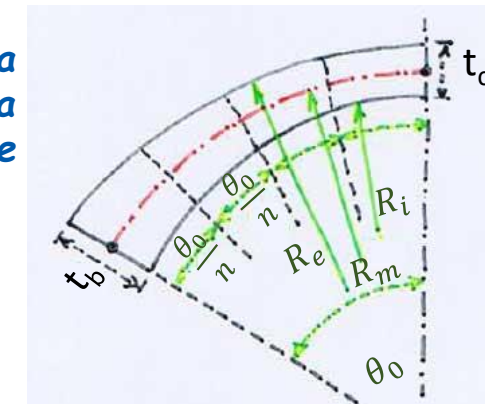
Si suddivide l'arco in un certo numero  $n_c$  di conci in ciascuno dei quali si ipotizza l'inerzia «  $I$  » e lo spessore «  $t$  » costanti con valori medi. Si assume come struttura principale l'arco incastrato, ad esempio, nella sezione estrema di Dx e svincolato all'estremità di Sin.

Il problema è 3 volte iperstatico - le incognite sono le reazioni iperstatiche «  $M_i - H_i - V_i$  »

L'equazione generica dei lavori virtuali, tenendo conto della deformabilità delle imposte (deformazioni di: rotazione, assiale e tangenziale) risulta:

$$\int_1^n M'_\theta M_\theta \frac{ds}{EI_\theta} + \int_1^n N'_\theta N_\theta \frac{ds}{EA_\theta} + \chi \int_1^n T'_\theta T_\theta \frac{ds}{GA_\theta} = M'_1 \Delta\varphi_1 + N'_1 \Delta n_1 + T'_1 \Delta t_1 + M'_n \Delta\varphi_n + N'_n \Delta n_n + T'_n \Delta t_n$$

Le equazioni risolutive del sistema si determinano applicando all'estremo svincolato i carichi fittizi unitari  $M = 1$ ,  $H_i = 1$ ,  $V_i = 1$  che danno luogo, nella struttura stessa alle sollecitazioni  $M'_\theta$ ,  $N'_\theta$ ,  $T'_\theta$ ,  $M'_1$ ,  $N'_1$ ,  $T'_1$ ,  $M'_n$ ,  $N'_n$ ,  $T'_n$ . Sostituendo agli integrali estesi lungo tutto l'arco, la sommatoria di integrali limitati allo sviluppo di un solo concio ( $A=t_m$ ;  $I=t_m^3/12$ ) si determina una volta per tutte la Matrice di rigidezza e quindi si tratta di determinare per ogni singola condizione di carico, i coefficienti dei termini noti e risolvere il sistema lineare  $\rightarrow M_i, N_i, V_i$





## Archi - Cedevolezza della fondazione

*Il comportamento statico di un Arco, conseguente alla Deformabilità elastica della roccia, risulta sostanzialmente funzione dei seguenti 3 Parametri adimensionali*

- $\lambda = \frac{E_c}{E_r}$  Rapporto tra il Modulo elastico «  $E_c$  » del cls e quello «  $E_r$  » della roccia di fondazione, definito « **Rapporto di cedevolezza** »
- $\varrho = \frac{R}{t}$  Rapporto tra il Raggio medio «  $R$  » e lo spessore «  $t$  » dell'arco, definito « **Rapporto di snellezza** »
- $2\theta_0$  Apertura angolare della fibra media dell'arco

*Il cedimento delle imposte ha un effetto piuttosto notevole sul regime statico degli archi quando si è in presenza di:*

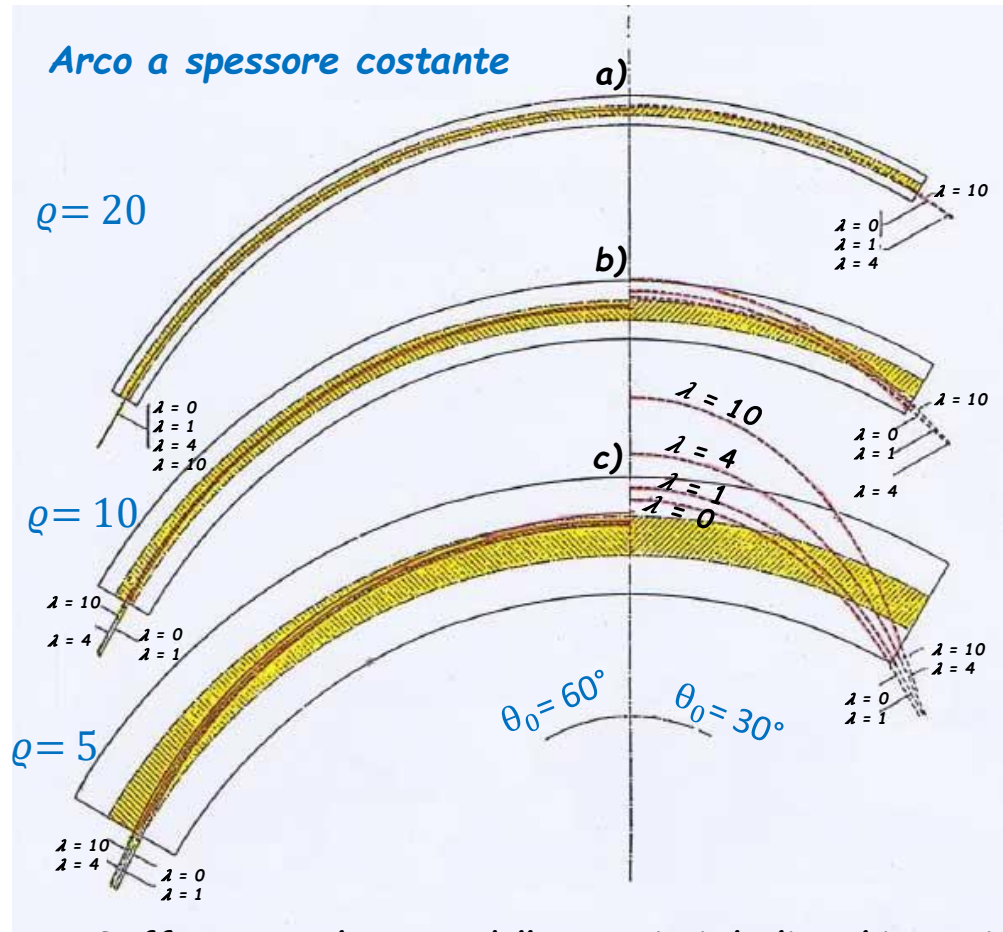
- elevati valori di «  $\lambda$  » (fondazioni molto cedevoli)
- limitate aperture angolari «  $2\theta_0$  » (tendenza al comportamento a trave)
- piccoli valori del Rapporto di snellezza «  $\varrho$  » (archi spessi o tozzi)

*L'effetto è naturalmente più marcato quando queste cause coesistono e le conseguenze sul comportamento statico dell'opera sono particolarmente importanti quando si devono studiare:*

- a) *Dighe ad arco puro, sbarranti gole relativamente « strette » e « molto alte » (dighe di: Santa Giustina , Lumiei, Vajont, ecc. ) che presentano un comportamento statico « per archi orizzontali » nel senso che questi dominano nella compagine resistente della struttura, salvo che nella parte più bassa ove intervengono efficacemente le resistenze a « flessione » ed a « torsione ». Con il Metodo classico, come « archi incastrati alle imposte » (aderente al vero per «  $\varrho$  » abbastanza elevato e «  $2\theta_0$  » notevoli), anche adottando l'accorgimento razionale di incrementare gradualmente, sia gli « spessori », sia le « curvature » verso le imposte, risultano sforzi non aderenti al vero e, molte volte, apparentemente eccessivi*
- b) *Dighe ad arco-gravità, sbarranti gole notevolmente « ampie anche nella parte bassa » (dighe: del Piave, Forte Buso, Pian Telessio, ecc.) - Il loro funzionamento decisamente 3D contribuisce in maniera alquanto più considerevole del caso precedente, alla resistenza d'insieme degli elementi verticali « mensole ». Il comportamento statico degli archi, calcolati come elementi di un traliccio « Archi-Mensole » con fondazioni cedevoli, risulta molto diverso da quello con imposte rigide, nel senso che l'aliquota del carico idrostatico da essi sopportata, risulta, come in realtà, sempre elevata, senza portare agli eccessivi sforzi che, in conseguenza di tale carico si avrebbero qualora se ne seguisse la verifica con « imposte rigide »*

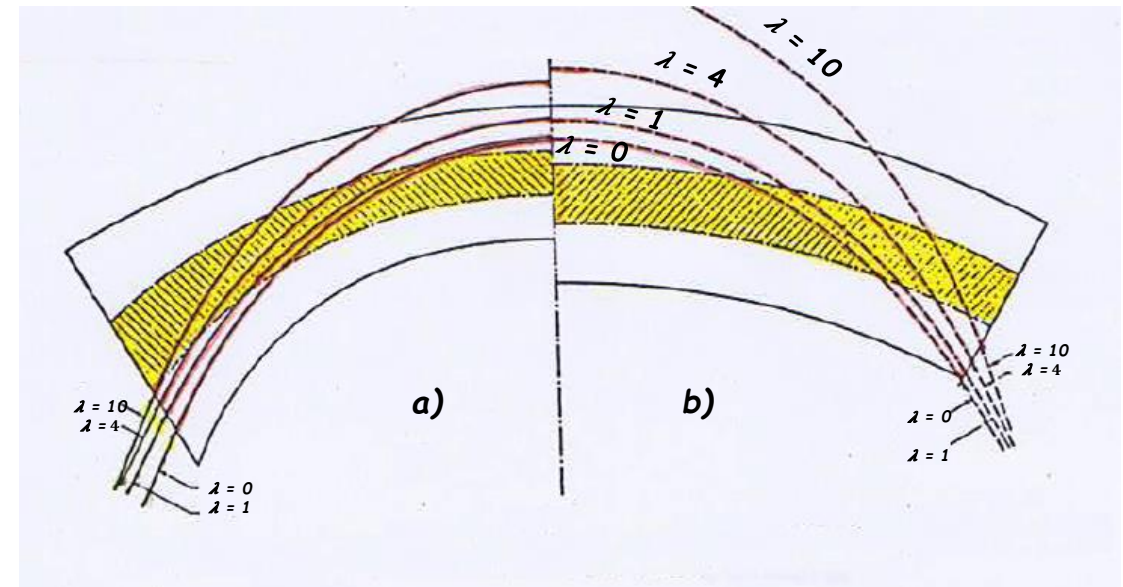
Quanto riportato nella precedente slide dimostra l'opportunità di considerare la « cedevolezza delle fondazioni »

Di seguito si illustra il comportamento statico dell'arco sottoposto a pressione idrostatica in funzione del Rapporto di snellezza «  $\varrho = \frac{R}{t}$  », dell'apertura angolare «  $2\theta_0$  » e del Rapporto di cedevolezza «  $\lambda = \frac{E_c}{E_r}$  »



Raffronto tra le curve delle pressioni degli archi esaminati per cedevolezza variabile ( $\lambda = E_c/E_r = 0, 1, 4, 10$ )

Arco a spessore variabile      Arco a spessore costante



Raffronto tra le curve delle pressioni di un arco a spessore variabile a) e quello a spessore costante b) di eguale area ed uguale sviluppo di estradosso

# Dighe a Volta – Analisi statica con procedimenti approssimati nell'impostazione bidimensionale

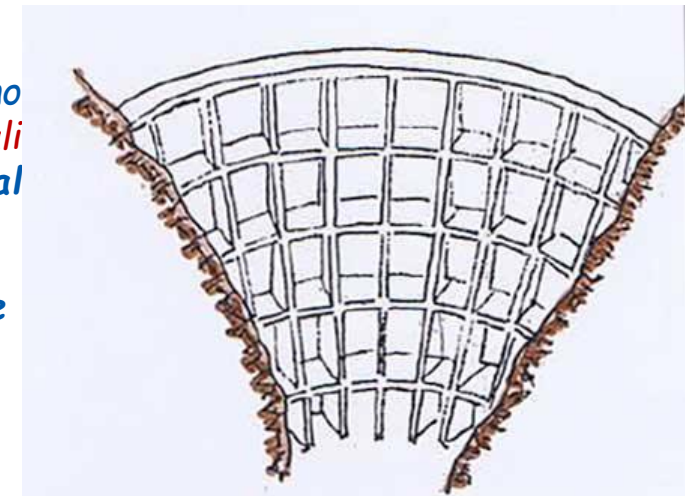
## Struttura serbatoio

*Il metodo di calcolo illustrato in precedenza si dimostra insufficiente quando si osservi che ciascuno degli archi elementari, considerati indipendenti, subisce degli spostamenti che risultano non in relazione a quelli degli archi contigui e che sono quindi « incompatibili con la supposta continuità della struttura »; in particolare si troverebbe che l'arco a contatto con la fondazione potrebbe spostarsi, « in contrasto con la supposta rigidità dei vincoli »*

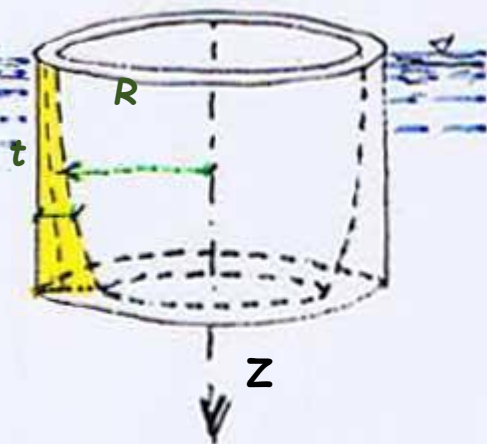
*Per ovviare a questo inconveniente sono stati studiati un gran numero di Metodi di calcolo che considerano la Diga come una struttura composta da « elementi verticali unitari (Mensole) » definiti da 2 piani radiali e da « elementi orizzontali (Archi) » definiti da 2 piani orizzontali, ciascuno dei quali collabora al sostentamento dell'opera, sopportando una parte dei carichi esterni*

*La continuità strutturale impone, come condizione di congruenza, che i punti in comune agli Archi e alle Mensole subiscano gli stessi spostamenti*

*Si tratta pertanto di determinare le quote di carico esterno sopportate da ciascuno dei 2 elementi, tali che la deformazione di questi ultimi sia la stessa nei punti di contatto*



Struttura serbatoio



*Per la risoluzione del suddetto problema nella forma più semplice, si ipotizza quindi che la diga si comporti come una « Struttura serbatoio », indicando con tale definizione un « solido di rotazione chiuso, cavo, limitato da 2 piani normali all'asse, caricato sulla superficie mediana da pressioni dirette normalmente ad essa, costanti lungo i paralleli della superficie medesima e variabili comunque ma con continuità lungo i meridiani*

*La suddetta impostazione, che viene di seguito illustrata, costituisce un riferimento fondamentale per la determinazione preliminare dello « Stato elastico delle Dighe arcuate monolitiche » ed è stata oggetto di una comunicazione del Prof. Tölke (1938) da cui prende nome il Metodo*



# Dighe a Volta – Analisi statica con procedimenti approssimati nell'impostazione bidimensionale

## Tölke (1938) - Ripartizione del carico idrostatico tra Archi e Mensole

Isolato un elemento di struttura delimitato da 2 piani passanti per l'asse di rotazione, distanti angularmente «  $d\theta$  » e da 2 piani orizzontali distanti «  $dz$  » ed indicati con:

- «  $p$  » la pressione radiale agente sulla superficie di raggio «  $R_e$  »;
- «  $w$  » lo spostamento radiale centripeto dell'elemento;
- «  $E$  » il Modulo elastico del materiale,
- «  $\nu$  » il coefficiente di Poisson
- «  $t$  » lo spessore della sezione

si impone l'equilibrio secondo la direzione radiale scrivendo:

$$pR_e d\theta dz = 2N \sin \frac{\partial \theta}{2} dz - \left( T + \frac{\partial T}{\partial z} dz \right) R d\theta + T R d\theta \quad \text{semplificando:}$$

$$\text{per } d\theta \text{ piccolo} \rightarrow \sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2} \quad \text{si ha:} \quad pR_e = N - \frac{\partial T}{\partial z} R$$

Su ciascuna delle facce orizzontali «  $AA'D'D$  » e «  $CC'B'B$  » dell'elemento unitario agiscono:

- un **Momento flettente**  $M = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2 w}{dz^2}$  (Equazione Linea elastica della Mensola; «  $M+$  » quando comprime le fibre di intradosso)
- una **Forza tangenziale**  $T = -\frac{dM}{dz}$  («  $T+$  » se è rivolto verso l'esterno, sulla faccia «  $AA'D'D$  »)

Sulle facce verticali radiali «  $ABCD$  » e «  $A'B'C'D'$  » (NB:  $w = -\Delta R = p \frac{R_e R}{E t} = \sigma \frac{R}{t}$  ;  $N dz = \sigma t dz$ ) agiscono:

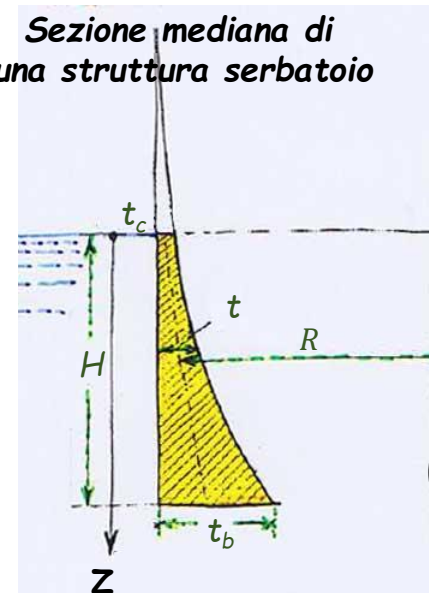
- una **Forza normale** «  $N$  »  $N = E \frac{t}{R} w$  Equazione della **deformata dell'Anello chiuso** («  $N+$  » quando comprime l'elemento)
- un **Momento flettente** «  $M_\theta$  »  $M_\theta = \frac{\nu}{1-\nu^2} E \frac{t^3}{12} \frac{d^2 w}{dz^2} = \nu M$  («  $M_{\theta+}$  » quando comprime le fibre d'intradosso)

Sostituendo i valori di «  $T$  » e di «  $M$  » nell'equazione di equilibrio alla traslazione radiale si ottiene l'**Equazione differenziale fondamentale**

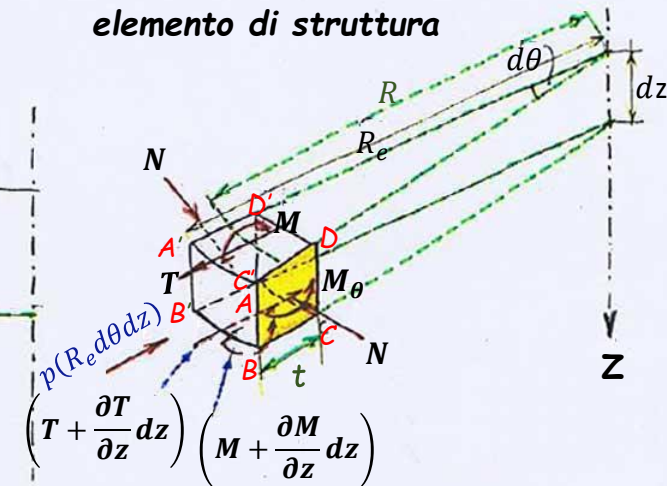
dell'Equilibrio elastico di una Struttura serbatoio

$$\frac{E}{12(1-\nu^2)} \frac{d}{dz^2} \left( t^3 \frac{d^2 w}{dz^2} \right) + \frac{Et}{R^2} w = p \frac{R_e}{R}$$

Sezione mediana di una struttura serbatoio



Forze e Momenti sollecitanti un elemento di struttura



# Dighe a Volta – Analisi statica con procedimenti approssimati nell'impostazione bidimensionale

## Tölke (1938) - Ripartizione del carico idrostatico tra Archi e Mensole

È una equazione differenziale del 4° ordine nella funzione incognita «  $w(z)$  », ordinaria, a coefficienti variabili e non omogenea

Esprime che alla Pressione esterna «  $p$  » fanno equilibrio una Reazione flessionale degli elementi meridiani della struttura (1° termine) ed una Reazione lungo gli elementi paralleli della struttura (2° termine)

Per tale motivo l'equazione può essere considerata nella forma  $p = p^{(m)} + p^{(a)}$

La Reazione flessionale meridiana «  $p^{(m)}$  » definita dal primo termine viene anche detta « Reazione mensola » e la Reazione normale lungo gli elementi paralleli «  $p^{(a)}$  » definita dal secondo termine viene denominata « Reazione anello »

Tale equazione è stata integrata per via analitica solo per alcuni tipi particolari di dighe che presentano leggi di variazione degli spessori del tipo:

- **Lineare**  $t = cz$
- **Quadratica**  $t = cz^2$  con le condizioni al contorno  $\rightarrow$
- **Coronamento:** Momento nullo  $\rightarrow w''(0) = 0$ ; Taglio nullo  $\rightarrow w''' = 0$
- **Fondazione perfettamente rigida:** Spostamento nullo  $\rightarrow w(H) = 0$ ; Rotazione nulla  $\rightarrow w'(H) = 0$

**Tölke (1956)** - In considerazione del fatto che la deformata degli archi reali (ampiezza «  $2\vartheta_0$  » solitamente intorno ai 120°) si discostava da quella ottenuta con la formula valida per gli « anelli chiusi », proponeva un coefficiente correttivo pari a **8/15** (all'incirca il rapporto tra la freccia dell'anello chiuso e la freccia dell'arco corrispondente, con apertura media 120°, impostato su fondazioni rigide) che deve essere applicato nella determinazione della deformata della sezione maestra, ovvero:

$$\frac{E}{12(1-\nu^2)} \frac{d}{dz^2} \left( t^3 \frac{d^2 w}{dz^2} \right) + \frac{8}{15} \frac{Et}{R^2} w = P \frac{R_e}{R} \quad \text{da cui: il carico sopportato dagli archi: } p^{(a)} = \frac{8}{15} \frac{Et}{R_e R} w$$

La quota parte del carico sopportato dalle mensole  $p^{(m)}$  viene ottenuta sottraendo al carico totale «  $P$  » la quota parte del carico sopportato dagli archi  $p^{(a)}$   $p^{(m)} = P - p^{(a)}$  Tuttavia è doveroso ricordare che il suddetto coefficiente **8/15** consentiva una buona approssimazione negli archi superiori e solo nel caso di Fondazione rigida

# Dighe a Volta – Analisi statica con procedimenti approssimati nell'impostazione bidimensionale

## Tölke-Swaminathan/Oberti (1960) - Ripartizione del carico idrostatico tra Archi e Mensole

Swaminathan, con guida del Prof. Oberti, propose di **determinare inizialmente**, per ogni arco e con riferimento ad un carico radiale unitario uniformemente distribuito lungo l'estradosso, il valore, in chiave, della **Freccia**  $w_0$  nonché il valore dello **Sforzo normale**  $N_0$

Questi elementi servono per determinare dei **nuovi valori di costanti più aderenti al reale** (in sostituzione della costante 8/15) relative agli archi alle diverse quote, che vengono poi introdotte nell'equazione differenziale fondamentale, stabilendo anche delle **condizioni al contorno** relative all'incastro cedevole al piede

Denominato con «  $F$  » il valore delle costanti, queste si ottengono mediante la:  $F = \frac{N_0}{E w_0} \frac{R}{t}$  dove:

- $N_0$  = Sforzo assiale in chiave dell'arco reale per pressione «  $p = 1$  »
- $w_0$  = freccia in chiave dell'arco reale per pressione «  $p = 1$  »

L'Equazione fondamentale diventa:  $\frac{E}{12(1-\nu^2)} \frac{d^2}{dz^2} \left( t^3 \frac{d^2 w}{dz^2} \right) + F \frac{E t}{R^2} w = p \frac{R_e}{R}$  moltiplicando i termini per  $\frac{12(1-\nu^2)}{E}$  e sviluppando poi le derivate tenendo presente che  $t = t(z)$  e  $w = w(z)$ , si ottiene:

$$w'''' + 6 \frac{t'}{t} w''' + 3 \left[ \frac{t''}{t} + 2 \left( \frac{t'}{t} \right)^2 \right] w'' + \frac{12(1-\nu^2)F}{t^2 R^2} w = \frac{12(1-\nu^2)}{E t^3} p \frac{R_e}{R}$$

equazione che può essere risolta ricorrendo al metodo di

integrazione per « **Differenze finite** » dividendo l'altezza della diga «  $H$  » in un conveniente numero di parti uguali ove calcolare «  $W_k$  », imponendo anche l'elasticità della fondazione (vedi coefficienti del Vogt  $K_\alpha, K_\gamma, K_{\alpha 2}$ ) tramite le condizioni al contorno:

### A. Fondazione perfettamente rigida:

- $w_{k=n} = 0$  Spostamento radiale nullo al piede
- $w'_{k=n} = 0$  Rotazione nulla al piede

L'altra condizione al contorno è in corrispondenza del **coronamento**

- $w''_{k=0} = 0$  Momento nullo al coronamento
- $w'''_{k=n} = 0$  Taglio nullo al coronamento

### B. Fondazione cedevole elasticamente:

- $w_{k=n} = \alpha_2 M + \gamma T$  Spostamento radiale al piede
  - $w'_{k=n} = \alpha M + \alpha_2 T$  Rotazione al piede
- dove  $\alpha = \lambda \frac{K_\alpha}{E_c t^2}$ ,  $\alpha_2 = \lambda \frac{K_{\alpha 2}}{E_c t}$ ,  $\gamma = \lambda \frac{K_\gamma}{E_c}$

**NB:** nel caso di fondazione cedevole, essendo  $w_{k=n}$  e  $w'_{k=n}$  funzione di  $M$  e  $T$  al piede della mensola non noti a priori, il procedimento diviene iterativo per successive approssimazioni

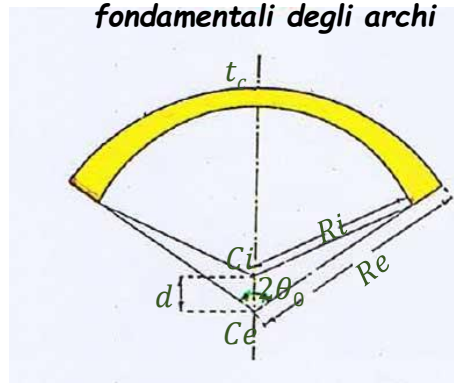


# Dighe a Volta – Analisi statica con procedimenti approssimati nell'impostazione bidimensionale

## Tölke-Swaminathan/Oberti (1960) - Ripartizione del carico idrostatico tra Archi e Mensole

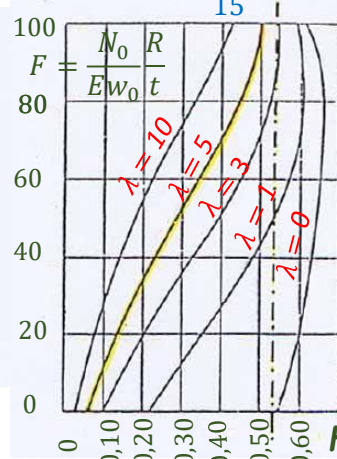
### Step di calcolo - Risultati

Dati geometrici fondamentali degli archi

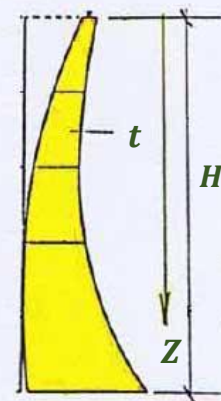


Valori costante  $F$  a diverse quote per differenti valori di  $\lambda = E_c/E_r$

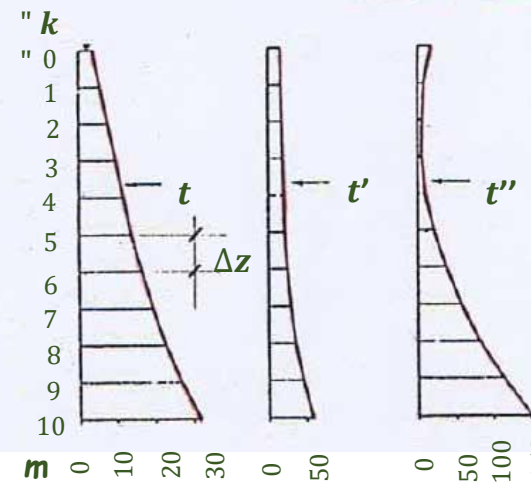
$$\frac{8}{15} = 0,53$$



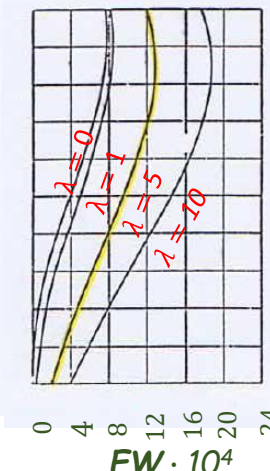
Sezione della Mensola centrale



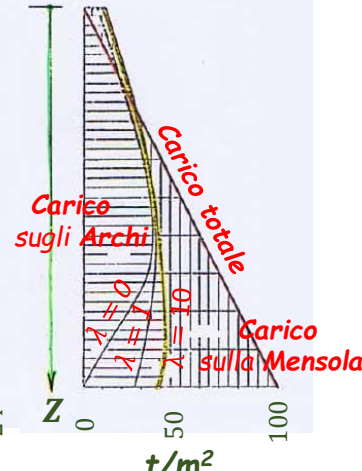
Variazioni degli spessori  $t$  e delle derivate  $t'$  e  $t''$



Deformata Mensola centrale

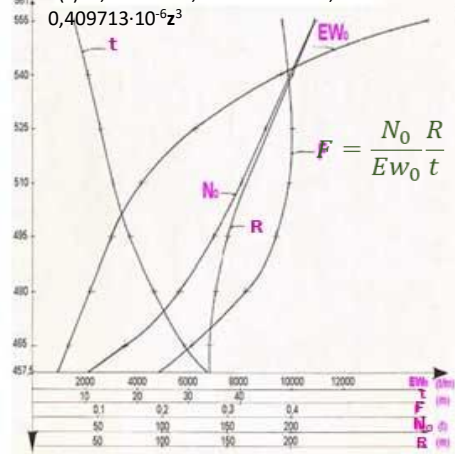


Ripartizione Carico idrostatico tra Archi e Mensole



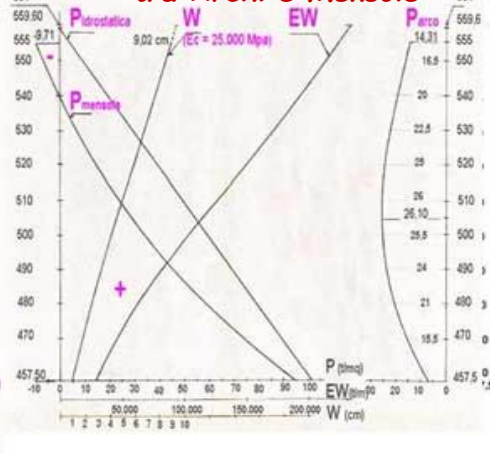
### Calcolo propedeutico Funzione $F(z)$ Ripartizione carico idrostatico tra Archi e Mensole

$$F(z) = 0,384223 + 0,253019 \cdot 10^{-3} z + 0,215773 \cdot 10^{-4} z^2 - 0,409713 \cdot 10^{-6} z^3$$

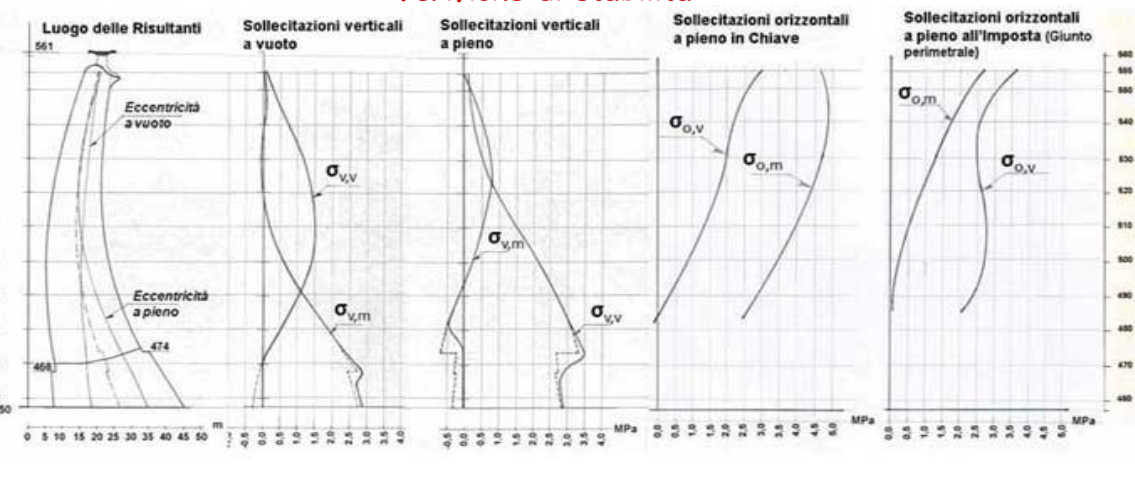


Applicazione del Metodo Diga di Ridracoli

### Ripartizione carico idrostatico tra Archi e Mensole



### Verifiche di stabilità



# Dighe a Volta – Analisi statica con procedimenti approssimati nell'impostazione bidimensionale

## Tölke-Swaminathan - Limiti del Procedimento

*Il Metodo è logicamente una approssimazione del comportamento strutturale dell'opera. Infatti hanno luogo le seguenti limitazioni:*

- 1. la quota parte del Carico idrostatico sopportato dagli archi «  $P^{(a)}$  » viene supposta costante da una imposta all'altra. Sebbene questa approssimazione sia valida in molti casi, in presenza di dissimmetria essa viene a perdere assai di valore. Giova rilevare, infatti, che le mensole elementari, in corrispondenza della zona d'imposta, sono molto più rigide di quelle in chiave ed assorbono quindi quasi tutta la pressione idrostatica. Può comunque fornire risultati ancora accettabili, qualora la conformazione valliva e quindi l'ampiezza angolare «  $2\vartheta_0$  » siano notevoli nella parte superiore della struttura*
- 2. viene trascurato interamente l' « effetto torsionale » ed il comportamento ad « arco spesso », specie nella parte bassa della struttura. Si ricorda, infatti, che la continuità del materiale implica che alle « inflessioni della mensola » si accompagnino delle « torsioni negli archi » e viceversa, con generazione di Momenti torcenti che devono mettersi nel computo delle azioni interne. Comunque, tale semplificazione può ritenersi accettabile salvo che per Dighe dissimmetriche e con aperture angolari limitate nella parte inferiore*
- 3. le condizioni di congruenza sono assicurate solo dagli spostamenti radiali mentre invece si dovrebbe tenere conto anche degli altri gradi di libertà della struttura, come gli spostamenti tangenziali e le rotazioni nei piani radiali e tangenti (vedi Metodi più completi e complessi sotto l'aspetto di elaborazione numerica quali ad esempio il Trial Load elaborato dal U.S. Bureau of Reclamation)*
- 4. l'elasticità della fondazione viene considerata supponendo costante il rapporto «  $\lambda = E_c/E_r$  » mentre è presumibile pensare ad un comportamento non perfettamente isotropo per tutta la zona d'imposta*

*Nonostante queste limitazioni, tale Metodo di calcolo è stato molto utilizzato nella Fase di dimensionamento (vedi Dighe: di Pieve di Cadore 1950, di Cancano 1956, ecc. e più recentemente, Diga di Ridracoli 1976, ecc.), perché particolarmente snello e veloce e quindi ben adattabile alle elaborazioni parametriche ed ai continui aggiustamenti della geometria, necessari ai fini dell'ottimizzazione strutturale dell'opera, con risultati che, pur essendo conservativi, necessitano di Verifiche finali con i Metodi sperimentali su Modelli fisici di cui in passato è stato fatto largo uso, o con i Modelli numerici FEM 3D, attualmente disponibili*

*Di seguito riporto alcuni cenni sulla Sperimentazione con Modelli fisici rimandando quella sui modelli FEM alla presentazione dell'ing.*

*Guido Mazzà*

# Dighe a Volta – Verifica del dimensionamento mediante Modelli fisici

## Notizie storiche

Come già anticipato in precedenza, in considerazione delle difficoltà incontrate dai progettisti, conseguenti al ritardo ed approssimazione delle **Analisi strutturali** disponibili sino alla prima metà del secolo scorso, (vedi teorie varie: dei **Tubi** o degli **Anelli**, degli **Archi indipendenti** e poi delle **Strutture serbatoio** con i procedimenti approssimati nella **impostazione bidimensionale**) è stato fatto largo uso di **approfondite verifiche finali** mediante la **Sperimentazione su Modelli Fisici in scala ridotta** della **struttura** e della **fondazione** che, introdotta inizialmente negli Stati Uniti (1926-1930), è stata ampiamente utilizzata e lo è, talvolta ancora oggi, quale mezzo di guida e controllo del corretto dimensionamento delle strutture

Verifica che, si ricorda, veniva richiesta anche da Enti finanziatori delle opere (vedi ad es. Banca mondiale) ad Istituti specializzati in questo campo (si citano ad esempio l'**ISMES** di Bergamo e l'**L.N.E.C.** di Lisbona)

In Italia le prime applicazioni si ebbero a seguito della nascita dell'**ISMES** (Istituto Sperimentale Modelli e Strutture) grazie all'investimento, nel 1947, da parte di **Italcementi** (che offrì il terreno per la sede a Bergamo), di **SADE** (Società Adriatica di Elettricità) che commissionò il primo grande modello per la **Diga ad arco-gravità di Pieve di Cadore** e di **TORNO** che, coinvolto come appaltatore nella realizzazione della citata diga, offrì le principali attrezzature e si fece carico delle spese necessarie per la realizzazione della grande vasca / struttura di contenimento, impiegata per effettuare le prove su modelli di dighe

## Modelli fisici - Cenni sulla similitudine nei Problemi di statica

Nei problemi di statica sono necessarie 2 grandezze indipendenti che possono essere scelte liberamente ed alle quali devono essere riferite tutte le altre quantità derivate. Per comodità si sceglie la **lunghezza** come prima quantità fondamentale, con la relativa relazione di scala tra il prototipo ed il modello  $\lambda = L/L'$ , e come seconda quantità fondamentale si sceglie quella della **forza specifica** con la relativa scala  $\xi = \frac{\sigma}{\sigma'}$

Si ricorda che la scala delle lunghezze  $\lambda$  deve essere valida anche per gli spostamenti, siano essi assoluti o relativi e che la scala  $\xi$  deve essere valida per tutte le grandezze aventi le dimensioni della forza specifica, ad esempio:  $\zeta = \frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{E}{E'} = \frac{\sigma_{uc}}{\sigma'_{uc}} = \frac{\sigma_{ut}}{\sigma'_{ut}} \dots ecc.$

Dove:  $E$  = modulo di elasticità;  $\sigma_{uc}$  la resistenza finale alla compressione;  $\sigma_{ut}$  la resistenza ultima a trazione ecc.



# Dighe a Volta – Verifica del dimensionamento mediante Modelli fisici

*Un materiale che riproduce fedelmente a questa scala le proprietà meccaniche del prototipo è definito come un **materiale** che ha un "grado di efficienza  $\xi$ " rispetto al materiale del prototipo*

*Consideriamo adesso alcune grandezze derivate, ad esempio:*

- *il **peso specifico**  $\gamma$  di un solido o di un liquido: le relative dimensioni, espresse nelle grandezze fondamentali, sono:  $\gamma = \sigma \cdot L^{-1}$  da cui deriva che la **relativa scala di riproduzione** è uguale a:* 
$$\rho = \frac{\gamma}{\gamma'} = \left( \frac{\sigma \cdot L^{-1}}{\sigma' \cdot L'^{-1}} \right) \quad (*)$$
- *la **forza concentrata**: le relative dimensioni, espresse nelle grandezze fondamentali, sono:  $P = \sigma \cdot L^2$  e la relazione di scala diventa:* 
$$\psi = \frac{P}{P'} = \frac{\sigma \cdot L^2}{\sigma' \cdot L'^2} = \xi \cdot \lambda^2 \quad (**)$$

*Dalle suddette relazioni (\*) e (\*\*) derivano le **due relazioni fondamentali** tra le scale delle grandezze che normalmente si incontrano nei problemi di statica:*

$$\xi = \rho \cdot \lambda \quad (\text{Teorema di Buckingham}) \quad \text{e} \quad \psi = \rho \cdot \lambda^3$$

*È utile considerare anche le **deformazioni unitarie**:  $\varepsilon = \lim_{L \rightarrow 0} \frac{\Delta L}{L}$  dalla cui relazione non dimensionale si ha che:  $\varepsilon = \varepsilon'$*

*Ovvero le **deformazioni relative in punti geometricamente simili rimangono invariate** quando si passa dal prototipo al modello*

*Lo stesso vale per il **rapporto di Poisson** (una relazione adimensionale tra la deformazione normale indotta e la deformazione diretta iniziale) come pure per gli **angoli di attrito**, siano essi di **attrito interno** di un materiale o **relativi a potenziali superfici di scorrimento***

*Ovvero, nel passaggio dal prototipo al modello, rimangono **invariati tutti i valori adimensionali***

**N.B.** La suddetta equazione fondamentale  $\xi = \rho \cdot \lambda$  esclude la possibilità di realizzare la similitudine completa ricorrendo per il modello agli stessi materiali del prototipo (infatti, dovrebbe essere  $\lambda = 1$ ) e **obbliga, quindi, lo sperimentatore a studiare particolari artifici** (attrezzature di carico) **per ridurre il valore di  $\rho$**

*Al fine di facilitare la comprensione della sperimentazione su Modelli fisici, si è ritenuto opportuno illustrare le esperienze condotte su modello della Diga di Ridracoli*

## Modello statico-geomeccanico scala 1:100 – Diga ad arco-gravità di Ridracoli – Ismes 1975

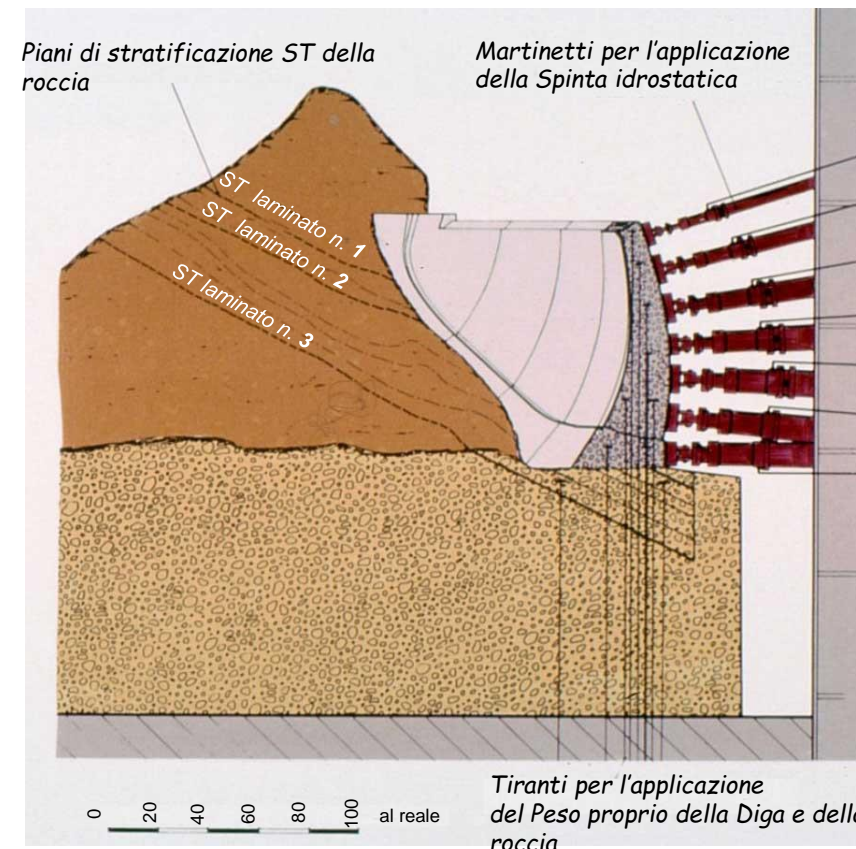
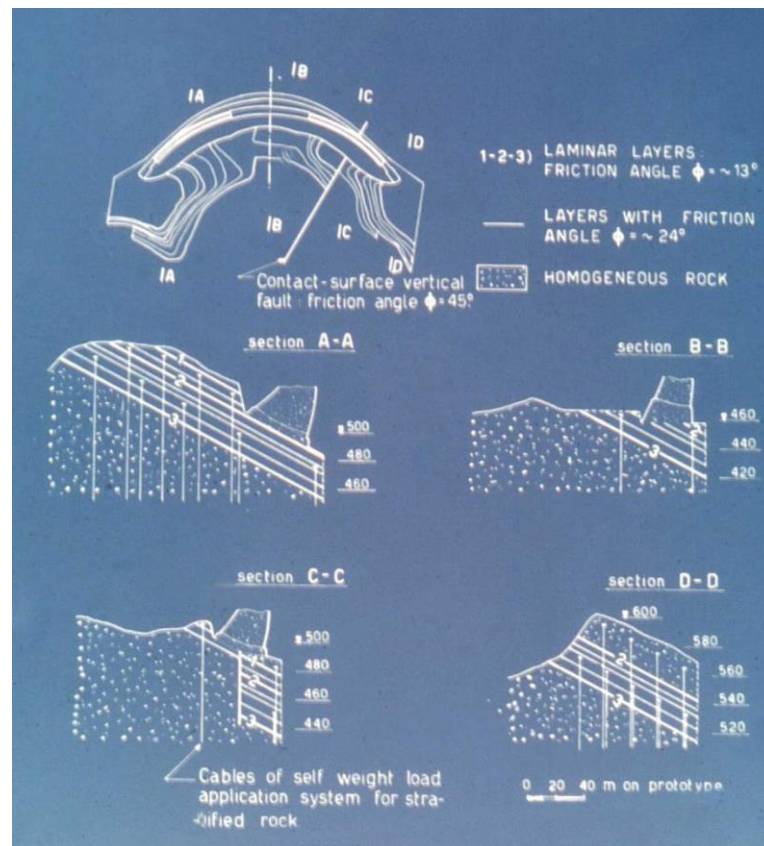
Per la modellazione della Diga e della Roccia di fondazione: → opportune miscele di pomice con rapporto  $E_r/E_c = 1/3$  ( $E_r$  da Prove di deformabilità roccia in cunicolo)

La Roccia, in parte omogenea, è stata modellata per strati alternati di Marna e Arenaria secondo la stratigrafia individuata con le indagini in sito (immersione  $27^\circ$  e direzione N-E), angolo di attrito  $\varphi = 24^\circ$  ( $\varphi = 24^\circ \rightarrow$  carta stagnola interposta tra 2 fogli di bisolfuro di molibdeno)

Sono stati riprodotti anche:

- **3 Strati laminati**, in transizione dalla marna all'arenaria con angolo d'attrito  $\varphi = 14^\circ$  ( $\varphi = 14^\circ \rightarrow$  talco in polvere interposto tra 2 fogli di PE,  $s = 0,08$  mm)
- **1 Faglia verticale** In sponda Sin con angolo d'attrito  $\varphi = 45^\circ$  e superfici a contatto

**Peso proprio roccia:** applicato mediante 120 sottili tiranti in acciaio passanti entro guaina polivinilica, in grado di poter elevare artificialmente la densità  $\gamma'_m$  sino a 1,25 volte le condizioni di carico normale



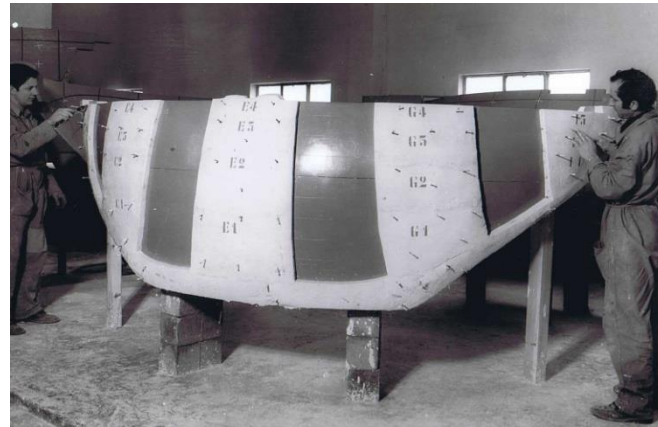
**Modellazione della roccia di fondazione e attrezzature di carico per riproduzione delle forze di volume (Peso proprio e Spinta idrostatica)**



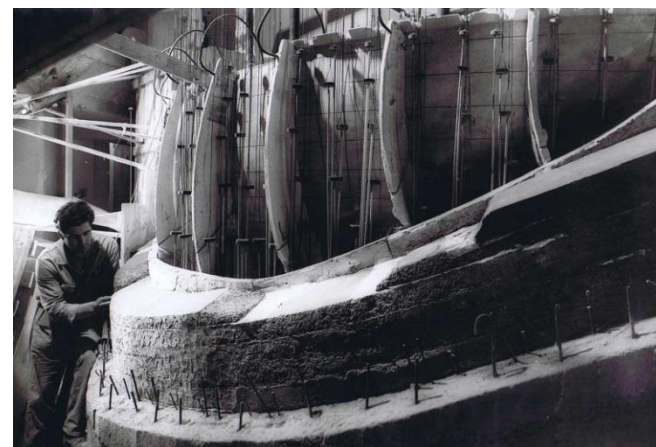
## *Modello Statico geomeccanico 1:100 - Fasi lavorative*



**1 - Costruzione Modello preliminare in legno ( $\pm 1$  mm)**



**2 - Costruzione dei casseri in gesso armato**



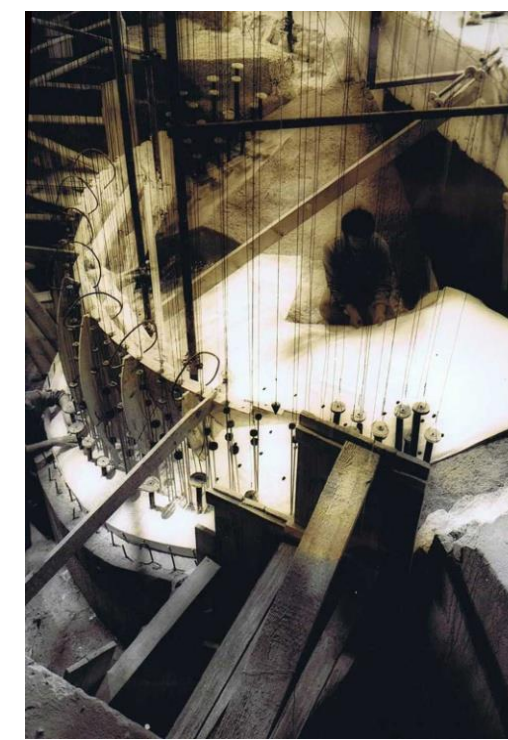
**3 - Roccia stratificata - Tiranti di peso proprio e casseri dei giunti radiali**



**6 - Getto modello per conci alternati (1 giunto modello ogni 3 al reale)**



**4 - Piano di stratificazione 3° laminato e Tiranti per l'applicazione peso proprio della roccia**



**5 - Modellazione Piano di stratificazione n. 3 laminato - Stesura fogli in PE,  $s = 0,8$  mm lubrificati con polvere di talco ( $\varphi = 14^\circ$ )**



## Modello Statico geomeccanico 1:100 - Fasi lavorative



7 - Strumentazione di misura: Comparatori al 1/100 di mm per misura spostamenti ed Estensimetri meccanici Huggenberger disposti a rosetta per rilievo stato tensionale

Nelle prossime slide si illustrano i principali risultati ottenibili con la sperimentazione, sia in campo elastico che oltre, sino a rottura, ovvero:

1) Prove a Carico normale; 2) Prove a Carico maggiorato; 3) Prove ad oltranza; 4) Prove a rottura



8 - Sistema di 59 martinetti agenti in grado di simulare una spinta sino a 6 volte le condizioni di normale esercizio

### Materiali

- Cls diga modello: rapporto di efficienza
- $\xi = E_c / E'_m = 25.000 / 10.500 = 2,38$

Le condizioni di Carico normale si ottengono per una densità del:

- liquido ideale spingente pari a:  
 $\gamma'_i = \gamma_i \cdot \lambda / \xi = 1 \cdot 100 / 2,38 = 42 \text{ t/m}^3$
- materiale modello pari a:  
 $\gamma'_m = \gamma_c \cdot \lambda / \xi = 2,5 \cdot 100 / 2,38 = 105 \text{ t/m}^3$

di conseguenza:

- **Peso proprio Diga:** applicato mediante 178 sottili tiranti in acciaio passanti entro guaina polivinilica, in grado di poter elevare artificialmente la densità  $\gamma'_m$  sino a 2,5 volte le condizioni di carico normale ( $2,5 \cdot 105 = 263 \text{ t/m}^3$ )
- **Carico idrostatico:** sul paramento di monte diga applicato con l'impiego di 59 martinetti in grado di simulare una spinta pari a 6 volte le condizioni di normale esercizio ( $6 \cdot 42 = 252 \text{ t/m}^3$ )

## 1) Prove a carico normale

### 1-1) - Tensioni principali

*Elaborazione estensimetri a rosetta Paramenti di monte e di valle*

*Peso proprio di calcolo progetto + Carico idrostatico sperimentale*

*Paramento di monte*

- $\sigma_{o,max} = 5,1 \text{ Mpa}$  - in chiave archi compresi tra  $q \ 540 \div 510$
- $\sigma_{o,min}$  - sforzi di trazione compensati da sforzi di compressione indotti dal peso

*Paramento di valle*

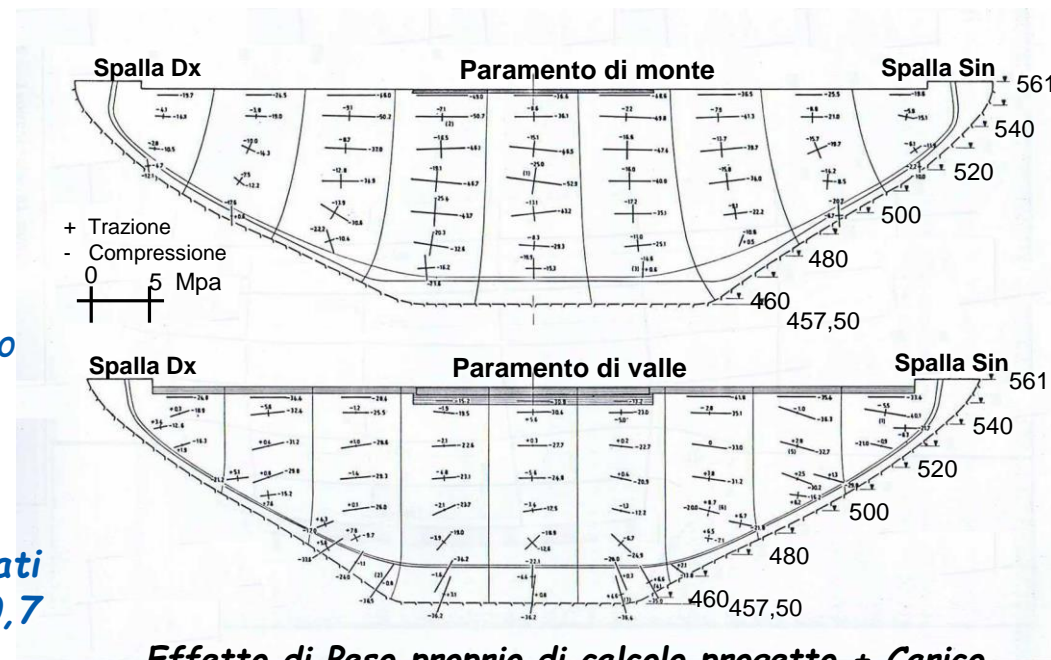
- $\sigma_{v,max} = 2,65 \text{ Mpa}$  - verticale al piede delle mensole centrali.
- $\sigma_{v,max} = 2,45 \div 2,55 \text{ Mpa}$  - su roccia di fondazione
- $\sigma_{v,min}$  Sforzi di trazione indotti dal carico idrostatico, in gran parte compensati dal peso proprio, tranne una tensione di trazione verticale residua  $\sigma_{v,max} = -0,7 \text{ Mpa}$  sul paramento di valle nell'intorno di  $q = 500$  su mensola imposta a  $q=475$

### 1-2) - Deformazioni globali

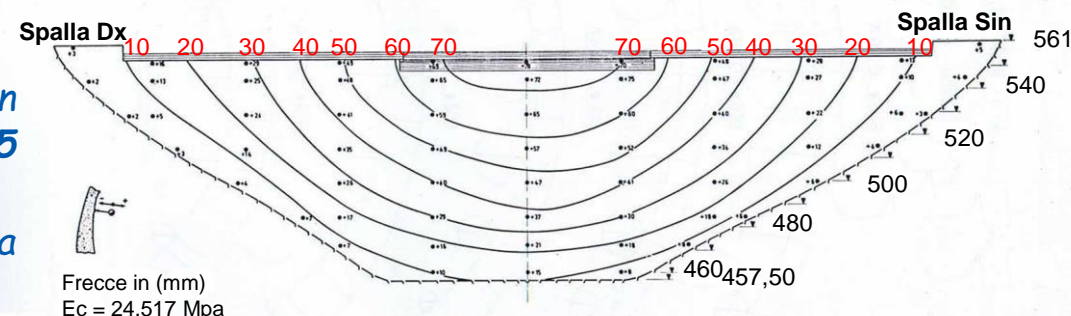
*Elaborazione comparatori al 1/100 di mm - Paramento di valle*

*Spinta idrostatica sperimentale*

- **Spostamenti radiali normali:**  $W_{max} = 78 \text{ mm}$  ( $< 93 \text{ mm}$  secondo Tölke) in mezzeria al coronamento - quadro simmetrico. Al piede mensola centrale  $W = 15 \text{ mm}$  ( $> 10 \text{ mm}$  secondo Tölke)
  - **Spostamenti tangenziali all'arco:** quadro leggermente asimmetrico. La mensola centrale indica, per tutta l'altezza uno spostamento di  $2 \div 3 \text{ mm}$  verso la sponda Dx
  - **Spostamenti tangenziali alle mensole:** nel complesso regolari
- Faglia sub-verticale: Con l'applicazione del carico idrostatico tende a chiudersi*



**Effetto di Peso proprio di calcolo progetto + Carico idrostatico sperimentale**



**Curve di livello delle frecce radiali - Normali al paramento di valle**



## 1-3) - Ripartizione del carico idrostatico

Detto "  $P$  " il valore della **pressione idrostatica** riferita alla fibra media, l'equazione indefinita dell'equilibrio assume in direzione della normale, la seguente espressione:  $P = P_{an} + P_{mn} + P_{am} + P_{mm} + P_t$  dove:

$$P_{an} = \frac{N_x}{r_0} \sin \varphi$$

Resistenza assiale Archi

$$P_{mn} = \frac{N_y}{r_1}$$

Resistenza assiale Mensole

Effetto Membrana

$$P_{am} = -\frac{1}{r_0} \frac{\partial (M_x \cos \varphi)}{\partial y} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}$$

Resistenza flessionale Archi

$$P_{mm} = \frac{1}{r_0} \frac{\partial^2 (M_y r_0)}{\partial y^2}$$

Resistenza flessionale Mensole

Effetto Piastra

$$P_t = \frac{2}{r_0} \frac{\partial M_t}{\partial x} \frac{\partial r_0}{\partial y} + \frac{\partial^2 M_t}{\partial x \partial y} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial^2 (M_t r_0)}{\partial x \partial y}$$

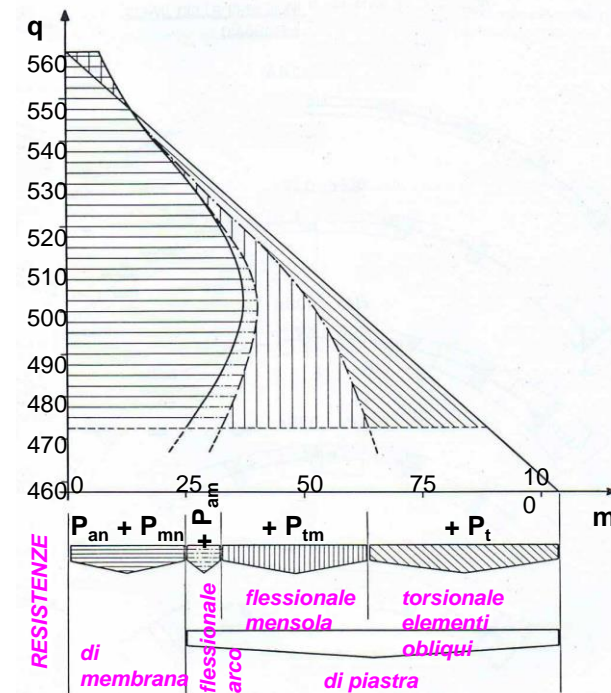
Resistenza torsionale

dove:  $r_0$  ed  $r_1$  rappresentano rispettivamente i raggi di curvatura locale nel piano orizzontale e verticale e  $\varphi$  l'angolo che  $N_y$  forma (nel piano intermedio) con l'orizzontale

### Risultati

- **Contributo arco:** rilevante nella zona superiore a  $q=500$ , dove copre ancora il 65% dell'intero diagramma del carico idrostatico (conseguenza del dimensionamento relativamente esuberante della struttura e del notevole rapporto  $C/H \approx 3,5$ )
- **Contributo flessionale arco:** poco rilevante fino alla suddetta quota (archi che nel complesso presentano soddisfacenti centrature - vedi limitate eccentricità)
- **Contributo torsionale:** assai sensibile l'apporto dell'effetto torsionale che riduce ulteriormente la quota di carico supportata dalle mensole (rispetto a quella di calcolo - Ripartizione Tölke)

Ripartizione del Carico idrostatico nella sezione di mezzeria





# Dighe a Volta – Verifica del dimensionamento mediante Modelli fisici

## 1-4) - Grado di sicurezza Diga dedotto dagli sforzi in regime elastico

*Per stati di sforzo biassiale, è stato fatto riferimento alle curve proposte da Vile e Wästlund espresse in funzione di rapporti adimensionali tra tensioni principali di compressione relative ad punto della struttura e la resistenza monoassiale di compressione del provino (Diagrammi: in ascisse  $\sigma_I / R_c$  e in ordinate  $\sigma_{II} / R_c$ )*

### Risultati

- in rapporto ai provini sottoposti a sforzi monoassiali:  $n = R_c / \sigma_I = 7,5$
- in rapporto a stati di sforzo-biassiale:
  - Paramento di valle:  $n = 11$
  - Paramento di monte:  $n = 10,5$
  - Trazione a valle:  $n = 5,2$

## 2) Prove a carico maggiorato

*Sono state effettuate esperienze a carichi proprio e idrostatico maggiorati fino a 2,5 volte il normale*

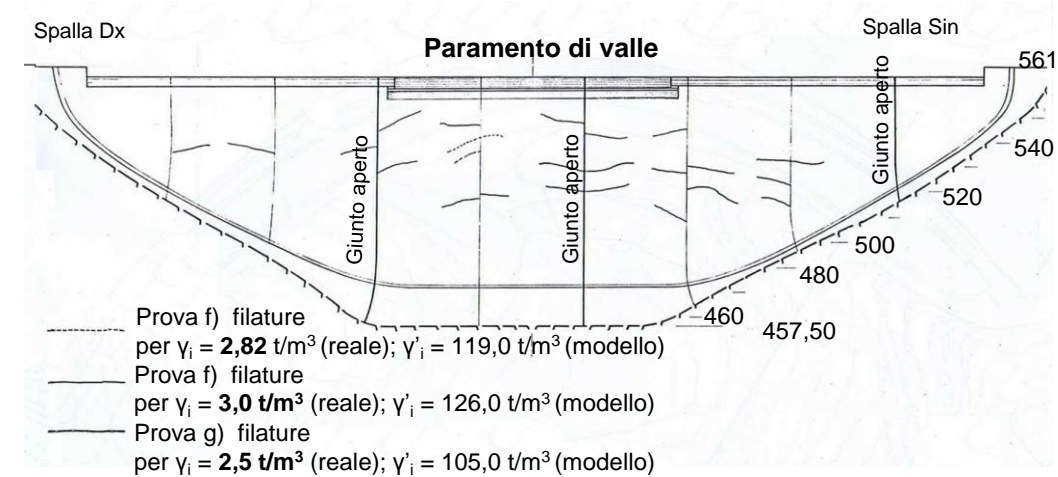
### Risultati

- maggiorazioni graduali e proporzionali delle 2 componenti (idrostatica e gravitativa) fino a 2,5 volte il normale: la struttura ha retto senza denunciare squilibri di rilievo negli assestamenti
- maggiorazione del solo carico idrostatico fino a 2 volte il normale e peso proprio mantenuto pari al normale: la struttura ha evidenziato buone condizioni di equilibrio statico in un quadro di deformazioni del tutto ammissibili e nel complesso ancora in buona parte reversibili

## 3) Prove ad oltranza

Con l'aumento dei carichi di peso proprio e idrostatico si sono verificate le seguenti situazioni

- **Peso proprio diga 2 volte il normale e Carico idrostatico 3 volte il normale:** si sono manifestate le **prime filature sul paramento di valle** che, però interessavano la struttura solo superficialmente. Sono apparse le **deformazioni per scorrimento d'assieme** particolarmente in corrispondenza del **3° strato laminato**
- **Peso proprio "stabilizzante" della roccia aumentato sino a 1,25 il normale** (max consentito dall'attrezzatura) e **Carico idrostatico sino a 2,5 volte il normale:** si è osservata una **locale rottura del piede di valle delle mensole centrali**, nel ridotto corpo di roccia ubicato al di sopra del **3° strato laminato**

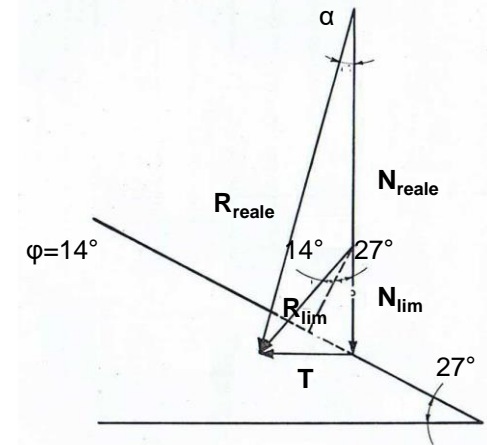


Prove ad oltranza - Rilievo filature sul Paramento di valle

## 4) Prove a rottura

Il ciclo di prove a rottura, condotte con carichi di **Peso proprio spinti al valore max consentito dall'attrezzatura** ovvero **1,25 per la roccia e 2 per la struttura**, ha evidenziato che:

- con l'aumento del carico idrostatico fino a  $n = 3,5 \div 4$  volte il normale non si sono verificati particolari disturbi. Al piede diga, spostamenti radiali pari a circa  $15 \div 20 \text{ cm}$
- con carichi idrostatici  $> 4$  volte il normale, è stato ritenuto che i fili di tensione dell'impianto di peso proprio fossero intervenuti riducendo i liberi movimenti di scorrimento (gli strati riprodotti con angolo d'attrito  $\varphi = 24^\circ$  non hanno evidenziato alcun scorrimento)



Prove a rottura - Schema forze in gioco

- **Grado di sicurezza globale  $> 3$  - limite di scorrimento lungo il 3° strato laminato** (strato inferiore che passa sotto la diga), riprodotto nella roccia con parametri conservativi, infatti (vedi schema forze in gioco):  $N = 2 \cdot 10^6 \cdot 2,5 = 5 \cdot 10^6 \text{ t}$ ;  $T = 1,4 \cdot 10^6 \text{ t}$   $\arctg T/N_{lim} = 41^\circ \rightarrow T/N_{lim} = 0,87$   $n = (5 \cdot 10^6)/(1,6 \cdot 10^6) = 3,1$

## Giunti radiali di contrazione

I giunti di contrazione sono usualmente posti ad interasse di « 14-15 m » ritenuto ottimale per evitare l'insorgenza di fessurazioni dovute al ritiro conseguente al calore sviluppato durante la presa dell'impasto cementizio e del successivo raffreddamento

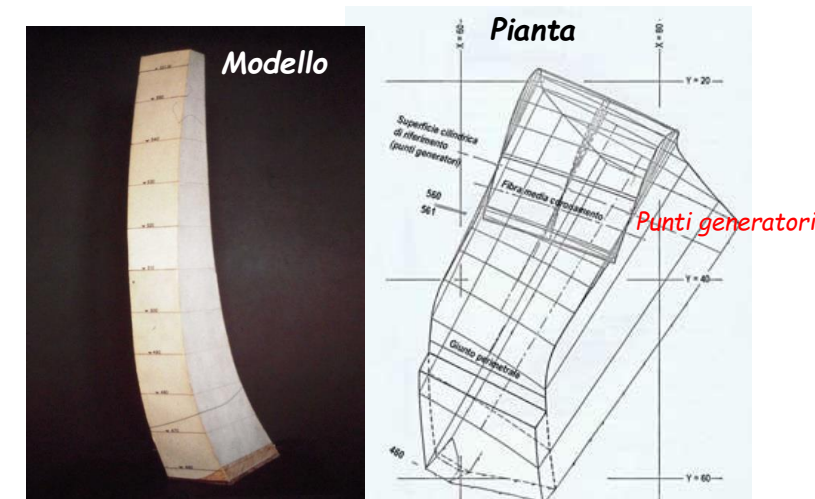
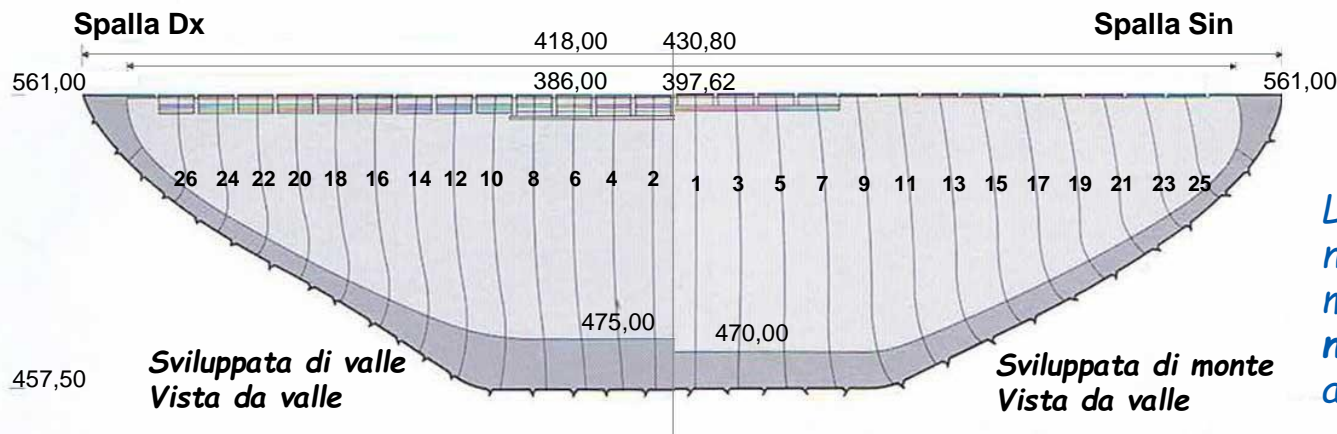
In Italia questo problema venne considerato, nella pratica costruttiva delle dighe in cls, sin dai primi decenni del secolo passato e risolto adottando, per la tecnologia dei getti, il criterio di costruire per conci separati per l'appunto dai giunti radiali, con l'ausilio di casseri rampanti che consentivano lift di 2-3 m di altezza, successivamente iniettati così da rendere la struttura monolitica

Apprezzabili miglioramenti sono stati apportati nel tempo, per ciò che concerne la tecnologia di iniezione, che attualmente può giovare di attrezzature meccaniche (tubazioni, valvolame, pompe, centraline, ecc.) perfezionate e maggiormente efficienti e soprattutto della disponibilità di prodotti cementizi per le miscele, particolarmente raffinati

### 1) Tracciamento

Geometricamente sono superfici rigate generate secondo direzioni radiali, distribuite dai raggi aventi origine nel punto medio dei centri di curvatura degli archi alle varie quote

Ai fini del loro tracciamento, gli interassi possono stabilirsi al coronamento, sia in fibra media, sia all'intradosso. Tuttavia specialmente per le dighe ad arco gravità di più recente esecuzione si è preferito il tracciamento definito da « punti generatori » scelti su di una superficie cilindrica verticale delimitata tra i paramenti di monte e di valle della diga



Diga di Ridracoli - Concio 9-11 - Studi su tracciamento giunti radiali

Le superfici rigate dei giunti vengono solitamente raccordate nella parte inferiore secondo opportune curvature adottate in modo tale da conferire ai giunti un assetto il più possibile normale alla superficie dell'imposta di fondazione (evitare angoli acuti che costituiscono potenziali elementi fragili)



La suddivisione dell'opera in « **conci verticali** », in pratica delimita **torri affiancate** che vengono costruite singolarmente seguendo ritmi di crescita in elevazione programmati in modo da generare un differenziato ed alterno sviluppo in quota tra ogni concio e quello limitrofo (vedi concii « **maschi** » casserati su 4 lati e concii « **femmina** » casserati solo sui 2 lati di M e V)

Lo spessore della sottile intercapedine tra concio e concio conseguente al **calore sviluppato durante la presa del cls** e del successivo **raffreddamento**, variabile nelle prime fasi di vita del cls, è generalmente di **pochi millimetri**. A variazioni termiche contenute corrispondono dilatazioni e ritiri minori del cls e per tale motivo, nel confezionamento del cls, **può essere consigliabile** adottare **provvedimenti in grado di attenuare le escursioni della temperatura** come l'impiego di **cemento a ridotto calore di presa** che orientativamente si **smaltisce** in gran parte nei primi **5-6 mesi successivi ai getti, e raffreddamenti**:

- **dell'acqua d'impasto**
- **degli inerti** (preventivamente immersi in acqua a bassa temperatura)
- **con l'impiego di serpentine refrigeranti** disposte direttamente nei getti

## 2) Iniezione dei giunti

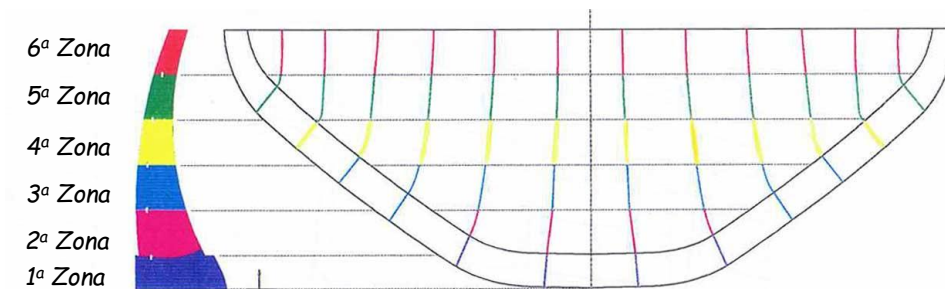
### 2-1) Periodo temporale e Fasi di intervento

Le **iniezioni dei giunti**, una volta **completati i getti sino a quota coronamento** (o a quote inferiori in relazione al tipo di diga ed alle esigenze di esercizio), vengono di norma avviate nella **successiva stagione invernale**, quando le **temperature misurate all'interno del cls** hanno raggiunto i **valori minimi**

In tale condizione si verifica, infatti, la **max apertura dei giunti**, tenuti costantemente sotto osservazione con le **strumentazioni all'uopo predisposte** (vedi: Termometri cls - Dilatometri - Calibri estensimetrici - Pendoli - Attrezzature topografiche di precisione)

Il **tempo a disposizione per le operazioni di iniezione** è vincolato alle **condizioni climatiche** che limitano le condizioni ideali per l'esecuzione a **pochi mesi** (quelli nei quali la **temperatura del cls** si mantiene a **valori bassi** - in Italia, indicativamente tra **gennaio e maggio**) → **necessità di procedere celermente** con la **campagna di iniezioni**,

La **complessiva operazione di iniezione dei giunti** viene usualmente **completata nell'arco temporale di almeno 2 o 3 anni**. La durata è ovviamente subordinata anche alla **tipologia e dimensioni della diga** ed avviene **per Fasi**, almeno **3**, contraddistinte dal **progressivo aumento della pressione esercitata**, **minima** nel corso della **I<sup>a</sup> Fase (intasamento)** e **crescente** nelle **Fasi successive (di forzamento e di ripetizione eventuale, generali o parziali)**



Schema di sequenza operativa delle Iniezioni dei giunti

## 2-2) Mezzi operativi e manutenzione

La **superficie del giunto** viene suddivisa in **Campi** intervallati di norma con  $H \leq 20$  m delimitati in altezza dai **cunicoli longitudinali** (dai quali eseguire poi le operazioni di iniezione)

Le **valvole di iniezione** (valvole a manchettes di sola erogazione senza rientro) sono **distribuite** indicativamente ogni  $20 \text{ m}^2$  di superficie di giunto

I dispositivi di tenuta idraulica « **waterstop** », oltre che lungo i paramenti di **M** e di **V**, vengono posti in opera anche ai bordi superiore ed inferiore di ogni campo, ed attorno ai cunicoli

I circuiti di iniezione hanno recapito nei cunicoli dove le tubazioni sono predisposte per l'allacciamento con i condotti di mandata pompaggio, ed attrezzate, nella parte alta del circuito, da rubinetti di sfogo e manometri di controllo (nelle dighe ad arco sottili, in assenza di cunicoli, i circuiti fanno capo a passerelle di servizio disposte lungo il paramento di valle)

**ATT !** Mantenimento funzionalità dei circuiti → in particolare a fine iniezione raccomandati abbondanti lavaggi con acqua per impedire incrostazioni e prevenire inceppamenti delle valvole

## 2-3) Miscele cementizie

Le miscele attualmente disponibili sono caratterizzate da cementi a granulometria finissima, capaci di conferire un grado assai elevato di fluidità (viscosità Marsh - tempo  $t < 35$  s, limitata acqua libera  $< 15\%$ , rapporto  $A/C = 1/1$ ), molto utile per una **elevata penetrabilità delle miscele**, consentendone la diffusione a tutta la superficie dei giunti.

L'eventuale impiego di **adittivi reoplastici** consente la riduzione dell'acqua, ad es.  $A/C = 0,7/1$

È da evitare l'impiego di miscele molto diluite, sconsigliate per l'effetto negativo di favorire la segregazione degli inerti

## 2-4) Pressioni di iniezione

Prima di iniettare qualsiasi campo, questo deve essere sottoposto a lavaggio →  $P_{\max}$  a fondo zona di iniezione generalmente  $< 0,2 \text{ MPa}$

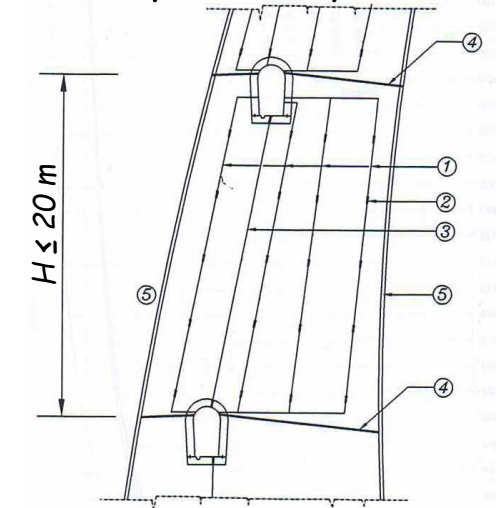
$P_{\max}$  di iniezione miscela così schematizzabile:

- 1ª Fase - Intasamento preliminare  $P_{\max} = \text{da } 1 \text{ Mpa a } 0,6 \text{ Mpa}$
- 2ª Fase - Forzamento  $P_{\max} = \text{da } 2 \text{ Mpa a } 1,5 \text{ Mpa}$
- Fasi successive  $P_{\max} = \text{da } 2,5 \text{ Mpa a } 2 \text{ Mpa}$

NB: le variazioni sono intese con **decremento a partire dalle zone più basse**, al piede diga, verso quelle a quota più elevata, subito sotto il coronamento

**Att.!!** se  $P_{\max}$  più elevate → **Rischio di eccessive sollecitazioni e conseguenti fessurazioni dei conci**

Schema tipo di un campo di iniezione



- 1) - tubazioni di iniezione
- 2) - valvole
- 3) - tubazione di servizio per acqua lavaggi
- 4) - dispositivo di tenuta (water stop) + condotto sfiato aria
- 5) - dispositivo di tenuta (water stop) M e V

## Notizie storiche

I primi esempi di dighe a volta realizzati con questa nuova tecnica risalgono al **decennio 1930-1940**

I più importanti sono:

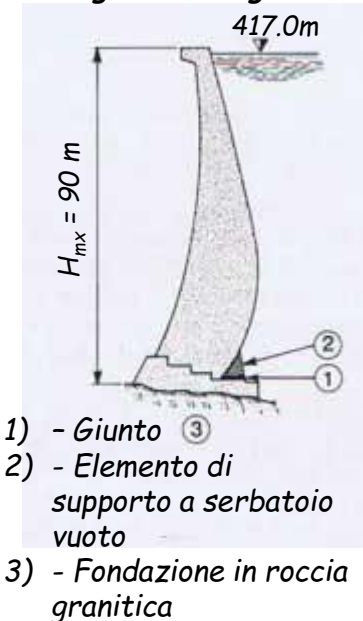
- **Diga di Mareges** (1935 - Francia) diga a doppia curvatura ( $H_{max}=90$  m,  $C=240$  m) dove il **giunto** posto al piede delle mensole centrali era solo un **elemento di separazione tra le mensole in cls e la fondazione, necessario per sostenere le mensole a serbatoio vuoto**;

- **Diga di Matilija** (1947 - USA) diga ad arco ( $H_{max}=58$  m) dove il giunto, opportunamente progettato, **separava completamente il comportamento della parte superiore della diga da quello della base a gravità**;

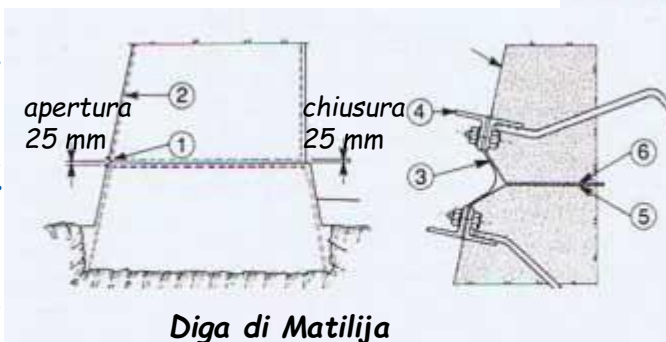
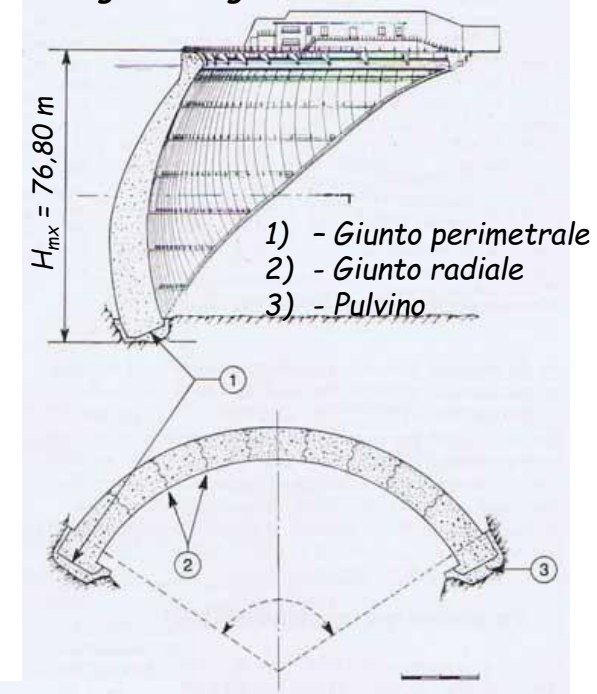
- **Diga di Osiglietta** (1939 - Italia) diga a cupola ( $H_{max}=77$  m;  $C=177$  m). Con l'interessante innovazione di un "**Pulvino continuo**" interposto tra il **corpo diga** (definito come **parte elastica**) e la **superficie di fondazione**, contro roccia, il Prof. Oberti ha introdotto in Italia questa innovativa tecnica nella costruzione di dighe a volta. In questa diga, il **corpo principale** è collegato al **Pulvino** da una **superficie** denominata « **Giunto perimetrale** » provvista, in prossimità del paramento di monte, di **cunicolo perimetrale** e di **appositi dispositivi di tenuta (waterstop)**. La diga diventa quindi indipendente dal pulvino costretto contro roccia, permettendo comportamenti e vantaggi descritti nel seguito

Dopo questa prima diga a volta, operativa dal 1939, è stata costruita la Diga di Fortezza ( $H_{max}=64$  m,  $C=49$  m), operativa dal 1940 e **questa tecnica è stata adottata per la maggior parte delle opere di questo tipo costruite in Italia dopo il 1939 (n. 59 su 70, ovvero l'84%) e, dopo il 1960, in altri Paesi**. Giova ricordare che questa tecnica fu dapprima applicata da **Niccolai (Falck)**; **C. Semenza (SADE)** ne fu il più accanito sostenitore e trovò la sua base teorico-sperimentale negli studi condotti dal già citato **prof. G. Oberti**.

Diga di Mareges



Diga di Osiglietta



- 1) - Waterstop
- 2) - sigillatura
- 3) - Foglio di rame
- 4) - Angolare 63 x 63 mm
- 5) - Pasta di grafite
- 6) - Foglio di amianto impregnato di grafite



## Finalità del giunto perimetrale

Il **giunto perimetrale** assume essenzialmente la funzione di **prevenire fessurazioni nel calcestruzzo**, consentendo alle deformazioni di prodursi e quindi di ridurre gli sforzi generati dai **carichi idrostatici** ed anche quelli, altrettanto importanti, di **origine termica**.

Si ricorda, infatti, che la **presenza del giunto perimetrale** assolve a questa funzione di prevenzione **rendendo più deformabile la struttura ed annullando**, in corrispondenza ad esso, gli **sforzi di trazione** che altrimenti potrebbero generare **fessurazioni del cls o scollamenti sul piano di fondazione**, tanto maggiori quanto minore risulta il rapporto  $\lambda = E_c/E_r$ :

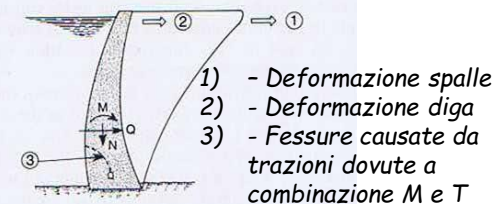
- nelle dighe ad arco - in corrispondenza delle imposte, dove l'effetto del **momento flettente** è max con tendenza alla generazione di **tensioni orizzontali di trazione a monte**
- nelle dighe ad arco-gravità - in prossimità del piede delle **mensole centrali** (elementi portanti essenzialmente a trave), dove è inevitabile il manifestarsi di **tensioni di trazione verticali a monte**

Sia gli studi teorici che l'esperienza hanno attestato che la **presenza del giunto perimetrale**, oltre ad **evitare il formarsi di fessurazioni spontanee** o nel caso a costringerle entro la **struttura del pulvino**, ha il grande pregio, essendo creato artificialmente, di **essere provvisto del dispositivo di tenuta idraulica (waterstop)**, e del **cunicolo perimetrale (di ispezione/controllo)** collocati a ridosso del paramento di monte → **Max sicurezza**

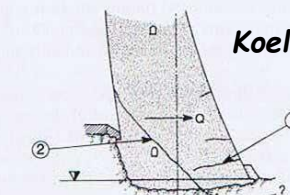
- La presenza del giunto perimetrale **riduce anche il rischio di generazione e poi di propagazione di pericolose fessure** causate dagli **sforzi principali di trazione dipendenti dalla forza di taglio**, che assumono valori elevati al piede, proporzionalmente al grado di incastro realizzato (vedi El Altazar Dam e Koelbrein Dam)

- Consente, inoltre, la **progettazione della diga senza preoccupazioni, a priori, per le eventuali accidentalità della roccia di fondazione** che sempre possono insorgere durante gli scavi, **risanabili ed assorbibili entro il pulvino**. È inoltre molto apprezzabile la possibilità di **correggere disturbi morfologici della sezione di imposta**, con **regolarizzazione della stessa tramite il pulvino** (vedi Diga di Ponte Racli - **simmetria del corpo diga in una stretta morfologicamente irregolare**)

El Altazar Dam

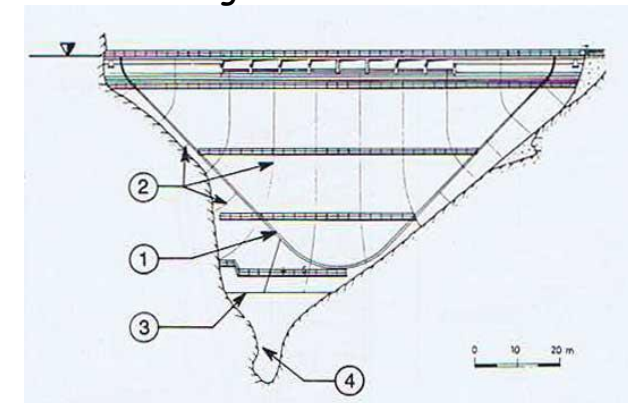


Koelbrein Dam



- 1) - Fessure a valle causate da M
- 2) - Fessure a monte causate da T

Diga di Ponte Racli



- 1) - Giunto perimetrale
- 2) - Giunti radiali
- 3) - Giunti di costruzione
- 4) - Tampone

## Aspetti costruttivi

La geometria del giunto perimetrale è definita durante la fase di progettazione al fine di **soddisfare le esigenze dei vincoli strutturali** che sono essenzialmente due:

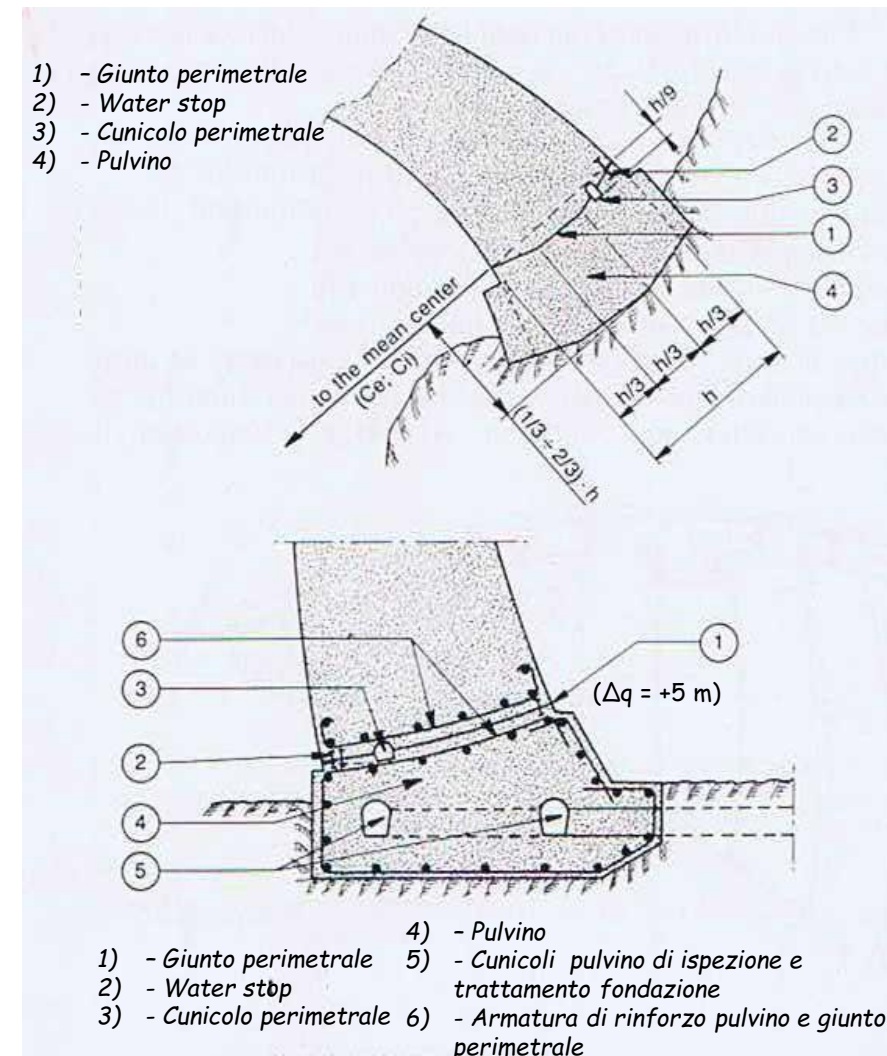
1. **nella parte superiore e nelle spalle, dove predomina il comportamento ad arco, il giunto, disegnato orizzontalmente, assume una forma concava secondo una linea spezzata al fine di consentire un buon incastro degli archi nel pulvino**
2. **nella parte inferiore e centrale, dove predomina il comportamento a mensola, il giunto, disegnato verticalmente, assume ancora una forma concava ma con andamento curvilineo ascendente verso il paramento di valle, in modo da formare una superficie in grado di ricevere le risultanti delle spinte e agevolare possibili aperture in prossimità del paramento di monte, con eventuale piccola rotazione**

Il pulvino è usualmente sede di **cunicoli di ispezione** da cui è possibile accedere per fare iniezioni schermo e drenaggi (**trattamento della fondazione**).

Lungo l'intero sviluppo del giunto perimetrale, non lontano dal paramento di monte, è sempre presente un « **cunicolo perimetrale** » per il **controllo dei movimenti** e della **tenuta** che è assicurata per mezzo di dispositivi costituiti da lamine in acciaio o profilati in PVC water stop

Grandi dighe costruite negli anni '60, specialmente del tipo ad **arco-gravità** con **notevole spessore alla base** (vedi ad es. dighe di Place Moulin e di Frera), sono state dotate anche di un **giunto longitudinale**, denominato « **Giunto circonferenziale** », provvisto di opportuni accorgimenti di **ancoraggio delle due parti** e di **tenuta** per le successive iniezioni di cucitura, con la finalità di evitare l'insorgenza di fessurazioni dovute al ritiro

Oggigiorno, come alternativa, considerato l'alto costo della sua realizzazione, può essere vantaggioso, oltre l'utilizzo di **cls con cemento a basso calore di idratazione**, disporre una idonea **rete di rinforzo in grado di assorbire e smorzare gli effetti causati dal ritiro del cls**; è altresì consigliabile porre rinforzi anche nel calcestruzzo del corpo diga in prossimità del giunto perimetrale (vedi Fig.)



Tipico layout del giunto perimetrale lungo le imposte delle spalle e al piede diga (Diga di Ridracoli)



## Aspetti costruttivi

*L'adozione del giunto perimetrale che come detto porta considerevoli vantaggi tecnici, comporta per contro maggiori costi di costruzione*

*Infatti, i procedimenti realizzativi delle dighe a volta prevedono l'avanzamento dei getti per conci delimitati dai giunti radiali di costruzione, da iniettare successivamente (vedi foto).*

*In ogni singolo concio il giunto perimetrale interrompe quindi la sequenza dei getti in elevazione: la sua realizzazione, soprattutto verso le imposte delle spalle dove la pendenza è più elevata (vedi foto), comporta la necessità di casseforme e di operazioni più complesse e costose per cassatura e getto del cls. È importante ricordare, inoltre, la necessità di lunghi tempi di costruzione dovuti ai motivi sopra ricordati ed alla necessaria maturazione del cls, prima di poter eseguire il getto del corpo diga (al di sopra del giunto perimetrale)*

*Da un punto di vista strettamente teorico, sarebbe possibile ottenere la massima efficacia gettando dapprima tutto il pulvino, una volta completati gli scavi, e procedere poi alla costruzione in elevazione del corpo diga. Procedura che, tuttavia, risulterebbe troppo costosa a causa dei lunghi tempi di costruzione, ed in contrasto con le tecnologie ed i procedimenti industrializzati usualmente impiegati dalle Imprese di costruzione. Infatti, per ovviare ai suddetti inconvenienti, è prassi impiegare tempi minimi (ad esempio 2 settimane) per la stagionatura dei getti di pulvino interessati dal giunto perimetrale; tempi, a seguito dei quali è possibile dare inizio ai getti superiori (corpo diga), indispensabili per la formazione di una vera e propria superficie di separazione, favorita, talvolta, da spalmature di idonei prodotti in grado di mantenere questo effetto di separazione (ciò è particolarmente indicato per il piede diga denominato "culla" nelle dighe di notevole spessore*





## Conclusioni

*Le Dighe a volta, sia:*

- *ad Arco semplice sbarranti gole relativamente « strette » e « molto alte » con comportamento statico prevalente « per archi orizzontali »*
- *ad Arco-gravità, sbarranti gole notevolmente « ampie anche nella parte bassa » con funzionamento decisamente 3D in cui contribuiscono in maniera alquanto più notevole del caso precedente, alla resistenza d'insieme, gli elementi verticali « mensole »*

*hanno dimostrato risorse di stabilità eccezionali tant'è che a ciò devono il loro successo, oltre al fatto di una maggior economia di cls rispetto alle dighe murarie a gravità ordinaria*

*Tuttavia, bisogna sempre tener presente che tale tipologia è caratterizzata da forti spinte alle imposte degli archi, con azione prolungata delle sollecitazioni che possono superare, di gran lunga, quelle proprie degli sbarramenti a Gravità e quindi risulta di fondamentale importanza garantire una sicura stabilità di queste ultime*

*Per fare ciò è necessario acquisire una chiara comprensione della natura 3D delle Forze che agiscono all'interno e sulle spalle e delle Caratteristiche meccaniche e strutturali delle Formazioni geologiche che dovranno resistere a tali forze*

*Pertanto la propedeutica effettuazione di approfonditi Studi e campagne di Indagini geognostiche estese alla stretta ed alle sponde del bacino diventa fondamentale per acquisire una adeguata conoscenza della Geologia e quindi garantire la Stabilità della diga, unitamente al Monitoraggio continuo del comportamento della struttura e della sua fondazione durante l'esercizio, di cui vi relazionerà l'Ing. Alberto Masera*

1. A. Stucky . *Étude sur les barrages arqués - Bulletin Technique de la Suisse Romande* - 1922
2. F. Vogt - *Ueber die Berechnung der Fundament Deformationen - Publication Det Norske Videnskaps Akademi - Oslo N. 2 - 1925*
3. C. Guidi - *Statica delle dighe per laghi artificiali - Bona - Torino 1928*
4. H. Ritter - *Die Berechnung von bogenförmigen Staumauern - Karlsruhe 1931*
5. G. Oberti - *Indagini sperimentali sulle costruzioni con l'uso di modelli - Hoepli - Milano 1935*
6. G. Oberti - *Studi sul comportamento statico di archi circolari considerati come elementi di dighe a volta - L'Energia elettrica - Fasc. X, Vol. XIII - 1936*
7. G. Oberti - *Ricerche sul comportamento elastico di archi a spessore variabile, come elementi di dighe a volta - L'Energia elettrica - Fasc. VIII, Vol. XV, 1938*
8. F. Tölke, *Talsperren Staudmann und Staumauerun; Zweite Hälfte, Ester Teil of Wasserkraftanlagen - Book edited by A. Ludin - Berlin - Springer 1938*
9. *Trial Load Method of Analysing Arch Dams - Bureau of Reclamation - Bulletin I - Denver 1938*
10. G. Oberti - *Considerazioni sul problema statico delle dighe ad arco - L'Energia elettrica - 1942*
11. F. Arredi - *Contributo al calcolo delle dighe ad arco-gravità - L'Energia elettrica - Fasc. IX-X-XI- XII - Vol. XXI - 1945*
12. A. Berio - *Sulla verifica delle dighe ad arco mediante estensione della teoria dei serbatoi - L'Energia elettrica - Fasc. 8 - 1950*
13. G. Oberti - *Sul comportamento statico degli archi con fondazioni cedevoli - L'Energia elettrica - N. 6, vol. XXXI - 1954*
14. J. Lombardi - *Les barrages en voûte mince - Rouge - Losanna 1955*
15. F. Arredi - *Sulla struttura serbatoio in vista della applicazione alla teoria delle dighe arcuate - L'Energia elettrica - Fasc. 9 - 1956*
16. K.V. Swaminathan, B.E.M. Sc. - *Su di una estensione del calcolo Tölke a dighe arco-gravità con fondazioni cedevoli - L'Energia elettrica - N. 7 - 1960*
17. G. Oberti - *Italian Arch Design and Model Confirmation - ASCE Proceedings - 1960*
18. M. Fanelli - *Il calcolo delle dighe a volta qualsiasi col metodo della minima energia potenziale totale - L'Energia elettrica - N. 8 - 1962*
19. A. Berio - *Sulla verifica statica delle dighe ad arco - L'Energia elettrica N. 8 - 1963*
20. J.L. Gomez y Navarro - *Salto de agua y Presas de embalse - Tomo 2° - Capp. XXXVIII y XXXIX - Tip. Art. Alameda n. 12 - Madrid 1964*
21. E. Fumagalli - *Statical and Geomechanical Models - Springer Verlag - Wien New York 1973*
22. Henry H. Thomas - *The Engineering of Large Dams - Part 1 - Chap. 11 - Arch Dams - Iohn Wiley & Sons, Ltd 1976*
23. F. Arredi - *Costruzioni idrauliche - Volume 2° - Parte 2° - Le Opere di regolazione e derivazione - Capp. X-XI-XII-XIII-XIV -UTET 1977*
24. M. Fanelli - *Rapid Preliminary Analysis of Arch Dams: The Ritter Method Revisited - Dam Engineering - Vol. I - Issue 2 - 1990*
25. M. Fanelli, A. Fanelli - *A Simple Analysis of Arch Dams - Proceedings - International Simposium on Arch Dams - Nanjing (PR of China) - 1992*
26. M. Fanelli, A. Fanelli - *Optimal proportioning of Arch-gravity Dams: automatic generation of a simplified starting geometry - Dam Engineering . Vol. 3 Issue 4 - 1992*
27. M. Fanelli - *On the Lombardi Slenderness Coefficient for Assessing the Craking Potential of Arch Dams - Internal Report CRIS/ENEL n. 4375 - 1992*
28. M. Fanelli, A. Fanelli, P. Bonetti - *Non-linear Analysis in the Preliminary evaluation of Arch Dam Design - Hydropower & Dams - November 1994*